

**Exercice (1)**

1) calcules les limites :  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{4 - \sqrt[3]{6+x}\sqrt{6-x}}{\sqrt[3]{6+x} - \sqrt{6-x}}$  ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + 2x} - \sqrt{x^2 - x} - x + 1$

2) calculer  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(ax)}{x}$  puis déduire la limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{E(2x) + E(-3x) + E(6x)}{E(x) + E(5x) + E(6x)}$

3) a) montrer que  $(\forall (a, b) \in \mathbb{R}^{+2}) \arctan a - \arctan b = \arctan \frac{a-b}{1+ab}$

b) calculer la limite  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^3} (\arctan \sqrt{2+x} - \arctan \sqrt{x})$

4) montrer que  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^n(ax)}{x^2} = \frac{p a^2}{2}$  et déduire  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3(7x) \cos^5(6x) \cos^7(23x)}{x^2}$

**Exercice (2)**

Soit  $f$  la fonction telle que :  $f(x) = \frac{1 + \cos(\pi\sqrt{x+1})}{x^2}$

Montrer que  $f$  admet un prolongement  $h$  par continuité en  $a = 0$   
( poser  $t = \sqrt{x+1} - 1$  ) puis définir  $h$

**Exercice (3)**

Soit  $a$  un réel .

On considère la fonction  $f$  définie par : 
$$\begin{cases} f(x) = x^2 - a + 1 & ; x \leq a \\ f(x) = \frac{3x-1}{x+1} & ; x > a \end{cases}$$

1) déterminer suivant  $a$  l'ensemble de définition  $D_f$

2) déterminer  $a$  pour que  $f$  soit continue sur  $\mathbb{R}$

( on donne  $(t-1)^2(t+2) = t^3 - 3t + 2$  )

**Exercice (4)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $D = ]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$  par :  $f(x) = \tan^2 x - \tan x$

1) calculer les limites de  $f$  au bornes de  $D$

2) étudier les variation de  $f$  et dresser sa table de variation

3) Soit  $g$  la restriction de  $f$  sur l'intervalle  $I = ]\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}[$

a) montrer que  $g$  est une bijection de  $I$  vers  $J = [0, +\infty[$

b) montrer que  $(\forall x \in [0, +\infty[) g^{-1}(x) = \arctan\left(\sqrt{x + \frac{1}{4}} + \frac{1}{2}\right)$