

2017-2018

Devoir 1

2^{ème} bac SM

Exercice (1)

Calculez les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{6 - \sqrt{x+5} \sqrt[3]{x+4}}{2\sqrt{x+5} - 3\sqrt[3]{x+4}} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+3x} + \sqrt{x^2+x} - 2x}{\sqrt{9x^2+4} - \sqrt{x^2-2x} - 2x} \quad 4\text{pts}$$

Exercice (2)

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x E(2x) + 1}{x + 2}$

- 1) a) montrer que f est continue à droite de 1 0.75 pt
- b) la fonction f est-elle continue en 1 ? 0.75 pt
- 2) montrer que f est continue au point 0 1.5 pt
- 3) calculer les limite $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$ 2pts

Exercice (3)

Soit f la fonction définie sur \mathbb{R} par :

$$\begin{cases} f(x) = x E\left(\frac{-2}{x}\right) & ; \quad x > 0 \\ f(0) = -2 \\ f(x) = 2x \sin\left(\frac{-1}{x}\right) & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

- 1) a) montrer que f est continue à droite de 0 1pt
- b) f est-elle continue en 0 ? 1pt
- 2) calculer les limites $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 1.5 pt

Exercice (4)

Soit F la fonction définie sur $[0, +\infty[$ par : $F(x) = x - \sin x$

- a) montrer que F est strictement croissante sur $[0, +\infty[$ 0.75 pt
- b) déduire que $(\forall x > 0) \sin x < x$ 0.75pt
- 2) déterminer les limites $\lim_{x \rightarrow 0} E\left(\frac{\sin x}{x}\right)$ et $\lim_{x \rightarrow 0} E\left(\frac{x}{\sin x}\right)$ 2pts

Exercice (5)

Soit g la fonction définie sur $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$ par :

$$\begin{cases} g(x) = \frac{1+x-\sqrt{1+2x}}{x^2} & ; \quad x > 0 \\ g(0) = \frac{1}{2} \\ g(x) = \frac{1+x-\sqrt{1+2x} \cos x}{2x^2} & ; \quad -\frac{1}{2} \leq x < 0 \end{cases}$$

- 1) étudier la continuité de g à droite de 0 1pt
- 2) montrer que g est continue en 0 2pts