

2017-2018

Devoir 1

2<sup>ème</sup> bac SM

**Exercice (1)**

Calculez les limites suivantes :

$$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{6 - \sqrt{x+5} \sqrt[3]{x+4}}{2\sqrt{x+5} - 3\sqrt[3]{x+4}} \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt{x^2+3x} + \sqrt{x^2+x} - 2x}{\sqrt{9x^2+4} - \sqrt{x^2-2x} - 2x} \quad 4\text{pts}$$

**Exercice (2)**

On considère la fonction  $f$  définie par :  $f(x) = \frac{x E(2x) + 1}{x + 2}$

- 1) a) montrer que  $f$  est continue à droite de 1 0.75 pt
- b) la fonction  $f$  est-elle continue en 1 ? 0.75 pt
- 2) montrer que  $f$  est continue au point 0 1.5 pt
- 3) calculer les limite  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{f(x)}{x}$  2pts

**Exercice (3)**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$\begin{cases} f(x) = x E\left(\frac{-2}{x}\right) & ; \quad x > 0 \\ f(0) = -2 \\ f(x) = 2x \sin\left(\frac{-1}{x}\right) & ; \quad x < 0 \end{cases}$$

- 1) a) montrer que  $f$  est continue à droite de 0 1pt
- b)  $f$  est-elle continue en 0 ? 1pt
- 2) calculer les limites  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  et  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  1.5 pt

**Exercice (4)**

Soit  $F$  la fonction définie sur  $[0, +\infty[$  par :  $F(x) = x - \sin x$

- a) montrer que  $F$  est strictement croissante sur  $[0, +\infty[$  0.75 pt
- b) déduire que  $(\forall x > 0) \sin x < x$  0.75pt
- 2) déterminer les limites  $\lim_{x \rightarrow 0} E\left(\frac{\sin x}{x}\right)$  et  $\lim_{x \rightarrow 0} E\left(\frac{x}{\sin x}\right)$  2pts

**Exercice (5)**

Soit  $g$  la fonction définie sur  $\left[-\frac{1}{2}; +\infty\right[$  par :

$$\begin{cases} g(x) = \frac{1+x-\sqrt{1+2x}}{x^2} & ; \quad x > 0 \\ g(0) = \frac{1}{2} \\ g(x) = \frac{1+x-\sqrt{1+2x} \cos x}{2x^2} & ; \quad -\frac{1}{2} \leq x < 0 \end{cases}$$

- 1) étudier la continuité de  $g$  à droite de 0 1pt
- 2) montrer que  $g$  est continue en 0 2pts