Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

تصحيح الفرض المحروس رقم 4

A

تمرين1: **(3ن)** (1.5ن +1.5ن)

log هو دالة اللوغاريتم العشري و علما أن $\log 2 \simeq 0,3$ و $\log 11 \simeq 1,1$

أحسب : $\log 22$ و $\log\left(\frac{2}{11}\right)$ و $\log 11000$

الأجوبة :

$$\log(22) = \log(2\times 11) = \log(2) + \log(11) \simeq 0,3 + 1,1 \simeq 1,4$$

$$l\,og\left(\frac{2}{11}\right) = l\,og(2) - l\,og(11) \simeq 0,3 - 1,1 \simeq -0,8$$

$$\log(3000) = \log(3\times 1000) = \log(3) + \log(1000) \simeq 0,5 + \log\left(10^3\right)$$

$$\log(11000) = \log(11\times 1000) = \log(11) + \log(1000) = \log(11) + \log\left(10^3\right)$$

$$\log(11000) \simeq 1,1 + 3\log(10) \simeq 1,1 + 3\times 1 \simeq 4,1$$

تمرين2: **(6ن):** (1,5ن لكل سؤال)

حل في $\mathbb{R}$ المعادلات التالية:

(1 $e^{2-x}\times e^{2x} = e$ **(2** $e^{6x-4} = \frac{1}{e^{2x-1}}$ **(3** $\frac{e^{6x-4}}{e^{2x-1}} = e^{2x-1}$

(4 $\left(e^x - 2\right)\left(e^x + 3\right) = 0$

الأجوبة :

1) $e^{2-x+2x} = e^1 \Leftrightarrow e^{2-x}\times e^{2x} = e$

$e^{2+x} = e^1 \Leftrightarrow 2 + x = 1 \Leftrightarrow x = -1$ ومنه : $S = \{-1\}$

2) $e^{6x-4} = e^{-(2x-1)} \Leftrightarrow e^{6x-4} = \frac{1}{e^{2x-1}}$

$e^{6x-4} = e^{-2x+1} \Leftrightarrow 6x - 4 = -2x + 1 \Leftrightarrow 8x = 5 \Leftrightarrow$

$x = \frac{5}{8}$ ومنه : $S = \left\{\frac{5}{8}\right\}$

3) $e^{(6x-4)-(2x-1)} = e^{2x-1} \Leftrightarrow \frac{e^{6x-4}}{e^{2x-1}} = e^{2x-1}$

$6x - 4 - 2x + 1 = 2x - 1 \Leftrightarrow (6x-4) - (2x-1) = 2x - 1$

$x = 1 \Leftrightarrow 2x = 2 \Leftrightarrow$ ومنه : $S = \{1\}$

4) $\left(e^x - 2\right)\left(e^x + 3\right) = 0 \Leftrightarrow e^x - 2 = 0$ أو $e^x + 3 = 0$

يعني $e^x = -3$ أو $e^x = 2$ ونعلم أن: $e^x > 0$ مهما تكن x من $\mathbb{R}$

ومنه المعادلة $e^x = -3$ ليس لها حل في $\mathbb{R}$

$e^x = 2$ تعني $x = \ln 2$ وبالتالي : $S = \{\ln 2\}$

تمرين3: **(3ن)** (1,5ن+1,5ن)

أحسب النهايات التالية : 1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{e^x - 2}{e^x - 4}$ 2) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2e^x + 1}{6e^x - 2}$

الأجوبة : 1) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{e^x - 2}{e^x - 4} = \frac{0-2}{0-4} = \frac{-2}{-4} = \frac{1}{2}$ لأن: $\lim\limits_{x\to-\infty} e^x = 0$

3) $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{2e^x + 1}{6e^x - 2} = \frac{+\infty}{+\infty}$ ش غ م

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{2e^x + 1}{6e^x - 2} = \lim_{x\to+\infty}\frac{e^x\left(2 + \frac{1}{e^x}\right)}{e^x\left(6 - \frac{2}{e^x}\right)} = \lim_{x\to+\infty}\frac{2 + \frac{1}{e^x}}{6 - \frac{2}{e^x}} = \frac{2-0}{6-0} = \frac{1}{3}$$

لأن: $\lim\limits_{x\to+\infty} e^x = +\infty$ أي $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{e^x} = 0$

تمرين4: **(2,5ن)**

أحسب مشتقة الدالة المعرفة كالتالي : $g(x) = \frac{e^x - 2}{e^x - 1}$

الأجوبة :

نستعمل الخاصية التالية : $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{(u)'\times(v) - (u)\times(v)'}{(v)^2}$

$$g'(x) = \left(\frac{e^x - 2}{e^x - 1}\right)' = \frac{\left(e^x - 2\right)'\times\left(e^x - 1\right) - \left(e^x - 2\right)\times\left(e^x - 1\right)'}{\left(e^x - 1\right)^2}$$

$$g'(x) = \frac{e^x\times\left(e^x - 1\right) - \left(e^x - 2\right)\times e^x}{\left(e^x - 1\right)^2} = \frac{e^x\times e^x - e^x - e^x\times e^x + 2e^x}{\left(e^x - 1\right)^2} = \frac{e^x}{\left(e^x - 1\right)^2}$$

تمرين5: **(6ن)** (0,5ن+0,5ن+1ن+0,5ن+0,5ن+0,5ن+1,5ن)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي: $f(x) = e^x + 3x$

1) حدد D_f 2) أحسب $f(0)$ و $f(1)$ (أعط قيمة مقربة للنتائج)

3) أحسب $f'(x)$ و وبين أن الدالة f تزايدية قطعا على D_f

4) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ 5) حدد جدول تغيرات الدالة f

الأجوبة :

1) $D_f = \mathbb{R}$ 2) $f(0) = e^0 + 3\times 0 = 1 + 0 = 1$

$f(1) = e^1 + 3\times 1 = e + 3 \simeq 2,7 + 3 \simeq 5,7$

3) $f'(x) = \left(e^x + 3x\right)' = \left(e^x\right)' + (3x)' = e^x + 3 > 0$

لأن: $(\forall x \in \mathbb{R}) e^x > 0$ ومنه f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$

4) أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} e^x + 3x = 0 + 3(-\infty) = -\infty$

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} e^x + 3x = +\infty + 3(+\infty) = +\infty$

5) جدول تغيرات الدالة f

x	$-\infty$		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	
$f(x)$	$-\infty$	↗	$+\infty$