

تصحيح الفرض المحروس رقم 3 B

تمرين 1:

(8ن) 1ن لكل سؤال

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب: $f(x) = \frac{3x-1}{x-2}$

- حدد حيز تعريف الدالة f .
- أحسب النهايات التالية: $\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$
- أحسب الدالة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .
- املأ الجدول التالي:

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$							

(الأجوبة: 1)

1) حيز تعريف الدالة f هو: $D = \{x \in \mathbb{R} / x - 2 \neq 0\} = \mathbb{R} - \{2\}$

ومنه $D =]-\infty, 2[\cup]2, +\infty[$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x}{x} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x}{x} = 3$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{3x-1}{x-2} = +\infty$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow 2^+} x - 2 = 0^+$ و $\lim_{x \rightarrow 2^+} 3x - 1 = 5$ حسب الجدول التالي:

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$x-2$	-	0	+

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{3x-1}{x-2} = -\infty$$

لأن: $\lim_{x \rightarrow 2^-} x - 2 = 0^-$ و $\lim_{x \rightarrow 2^-} 3x - 1 = 5$

(3)

$$f'(x) = \left(\frac{3x-1}{x-2} \right)' = \frac{(3x-1)' \times (x-2) - (3x-1) \times (x-2)'}{(x-2)^2}$$

$$f'(x) = \frac{3 \times (x-2) - (3x-1) \times 1}{(x-2)^2} = \frac{(3x-6) - (3x-1)}{(x-2)^2} = \frac{-5}{(x-2)^2}$$

يعني: $(\forall x \in D) f'(x) < 0$

جدول تغيرات الدالة

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	-		-
$f(x)$	3	$-\infty$	3

(4)

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	4/3	1/2	-2		8	11/2	14/3

تمرين 2: (12ن) 1ن لكل سؤال

نعتبر الدالة g المعرفة ب: $g(x) = \ln x + 2$

- حدد مجموعة تعريف الدالة g
- علما أن: $\ln(2) \approx 0,7$ و $\ln(5) \approx 1,6$ أحسب $g(1)$ و $g(4)$ و $g(10)$ و $g\left(\frac{1}{5}\right)$ و $g(e)$ و $g(e^2)$ و $g\left(\frac{1}{e}\right)$
- أحسب $g'(x)$ لكل x من $]0, +\infty[$ وأدرس اشارتها

4. أحسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$

5. حدد جدول تغيرات الدالة g

(الأجوبة: 1)

1) مجموعة تعريف الدالة f هي $]0, +\infty[$

$$g(1) = \ln(1) + 2 = 0 + 2 = 2$$

$$g(4) = \ln(4) + 2 = \ln(2^2) + 2 = 2\ln(2) + 2 \approx 2 \times 0,7 + 2 = 1,4 + 2 = 3,4$$

$$g(10) = \ln(10) + 2 = \ln(2 \times 5) + 2 = \ln(2) + \ln(5) + 2 = 0,7 + 1,6 + 2 = 2,3 + 2 = 4,3$$

$$g\left(\frac{1}{5}\right) = \ln\left(\frac{1}{5}\right) + 2 = -\ln 5 + 2 = -1,6 + 2 = 0,4$$

$$g(e) = \ln(e) + 2 = 1 + 2 = 3$$

$$g(e^2) = \ln(e^2) + 2 = 2\ln e + 2 = 2 \times 1 + 2 = 4$$

$$g\left(\frac{1}{e}\right) = \ln\left(\frac{1}{e}\right) + 2 = -\ln e + 2 = -1 + 2 = 1$$

حساب $g'(x)$:

$$g'(x) = (\ln(x) + 2)' = (\ln(x))' + (2)' = \frac{1}{x} > 0$$

لأن x موجب قطعاً.

4) حساب $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x)$:

لدينا $\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln(x) = -\infty$ إذن $\lim_{x \rightarrow 0^+} g(x) = -\infty$

حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$: لدينا $\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) = +\infty$

إذن $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$

(5)

x	0	$+\infty$
$g'(x)$		+
$g(x)$		$+\infty$