مستوى : الثاني من سلك البكالوريا — الشعبة: الآداب و العلوم الإنسانية — الأستاذ: عثماني نجيب

تصحيح الفرض المحروس رقم 1 A

تمرين1: (13ن) 1) 4ن 2)3 ن 3) 2ن 4) 2ن 5) 2ن

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي $U_{n+1}=2U_n+2$ و $\forall n\in\mathbb{N}$ و $U_0=5$ ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}\quad V_n=U_n+2$

1. أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1
2. أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها 2 وحدد حدها الأول
3. أكتب v_n بدلالة n
4. استنتج u_n بدلالة n
5. أحسب النهايات التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

الأجوبة :

1) نعوض nب0 فنجد:

$u_{0+1}=2\times u_0+2=2\times5+2=10+2=12$ اذن : $u_1=12$

نعوض n ب 1 فنجد :

$u_{1+1}=2\times u_1+2=2\times12+2=26$ اذن : $u_2=26$

نعوض n ب 0 فنجد : $v_0=u_0+2=5+2=7$

نعوض n ب 1 فنجد : $v_1=u_1+2=12+2=14$

2) $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{u_{n+1}+2}{u_n+2}=\frac{2u_n+2+2}{u_n+2}=\frac{2u_n+4}{u_n+2}=\frac{2(u_n+2)}{u_n+2}=2=q$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=2$ وحدها الأول $v_0=7$

3)كتابة v_n بدلالة n:

بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=2$ وحدها الأول $v_0=7$

فان: $v_n=7\times(2)^n=2^n$

4)استنتاج u_n بدلالة n

لدينا: $v_n=u_n+2$ اذن: $v_n-2=u_n$ أي: $u_n=7\times2^n-2$

5)حساب النهايات التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ و $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

$\lim\limits_{n\to+\infty} v_n=\lim\limits_{n\to+\infty} 7\times2^n=+\infty$

لأن: $\lim\limits_{n\to+\infty}(2)^n=+\infty$ $\quad a=2>1$

$\lim\limits_{n\to+\infty} u_n=\lim\limits_{n\to+\infty} 7\times2^n-2=+\infty$

تمرين2: (7ن) 1 ن لكل سؤال

أحسب النهايات التالية 1) $\lim\limits_{n\to+\infty} 4n^2-8n^3+1$

2) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{6n^2-n+7}{n^5-2}$ 3) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{3n^4+2n-1}{n^2-4}$

4) $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{6n^2+5n-8}{n^2+1}$ 5) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{n}-3\right)\left(\frac{2}{\sqrt{n}}-4\right)$

6) $\lim\limits_{n\to+\infty} 5^n-7^n$

الأجوبة :

1) $\lim\limits_{n\to+\infty} 4n^2-8n^3+1=\lim\limits_{n\to+\infty}-8n^3=-\infty$

2)

$$\lim\frac{6n^2-n+7}{n^5-2}=\lim\frac{6n^2}{n^5}=\lim\frac{6n^2}{n^{2+3}}=\lim\frac{6n^2}{n^2\times n^3}=\lim\frac{6}{n^3}=0$$

3) $$\lim\frac{3n^4+2n-1}{n^2-4}=\lim\frac{3n^4}{n^2}=\lim\frac{3n^2\times n^2}{n^2}=\lim 3n^2=+\infty$$

4) $$\lim_{n\to+\infty}\frac{6n^2+5n-8}{n^2+1}=\lim_{n\to+\infty}\frac{6n^2}{n^2}=6$$

5) $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{n}-3\right)\left(\frac{2}{\sqrt{n}}-4\right)$

نعلم أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{1}{n}=0$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}\frac{2}{\sqrt{n}}=0$ ومنه :

$$\lim_{n\to+\infty}\left(\frac{1}{n}-3\right)\left(\frac{2}{\sqrt{n}}-4\right)=(0-3)(0-4)=12$$

6) $\lim\limits_{n\to+\infty} 5^n-7^n=+\infty-\infty$ ش غ م

$$\lim_{n\to+\infty} 5^n-7^n=5^n\left(1-\frac{7^n}{5^n}\right)=5^n\left(1-\left(\frac{7}{5}\right)^n\right)$$

لدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty} 5^n=+\infty$ لأن : $5>1$

ولدينا : $\lim\limits_{n\to+\infty}\left(\frac{7}{5}\right)^n=+\infty$ لأن : $\frac{7}{5}>1$

ومنه : $$\lim_{n\to+\infty} 5^n-7^n=5^n\left(1-\left(\frac{7}{5}\right)^n\right)=+\infty(1-\infty)=-\infty$$