ملخصي وقواعدي في الرياضيات

مستوى: السنة الثانية من سلك الباكالوريا

- شعبة التعليم الأصيل: مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية
- شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية

ملخص درس المتتاليات الترجعية:

I. متتالية حسابية

- لكي نبين أن متتالية حسابية نحسب: $u_{n+1}-u_n$ العدد r الذي نجده هو الأساس و $u_n=u_0+nr$ هي الكتابة بدلالة n

إذا كانت (u_n) متتالية حسابية أساسها r وحدها الأول u_1 فان : $u_n=u_1+(n-1)r$

وبصفة عامة : $u_n=u_p+(n-p)r$

- مجموع حدود متتابعة لمتتالية $(u_n)_{n\in I}$ حسابية: $S_n=u_p+u_{p+1}+u_{p+2}+\cdots+u_n$ $n\succ p\geq n_0$

هو : $S_n=(n-p+1)\left(\frac{u_n+u_p}{2}\right)$

ملاحظة : $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n=(n+1)\left(\frac{u_0+u_n}{2}\right)$

أمثلة: $S_1=u_3+u_4+u_5+\cdots+u_{30}=(30-3+1)\frac{u_3+u_{30}}{2}$

$S_2=u_7+u_8+u_9+\cdots+u_{25}=(25-7+1)\frac{u_7+u_{25}}{2}=(19)\frac{u_7+u_{25}}{2}$

II. متتالية هندسية

- لكي نبين أن متتالية هندسية نحسب : $\frac{u_{n+1}}{u_n}$ العدد q الذي نجده هو الأساس و $u_n=u_0\times q^n$ هي الكتابة بدلالة n
- إذا كانت (u_n) متتالية هندسية أساسها q غير منعدم وحدها الأول u_0 فان : $u_n=u_0q^{n-0}$
- إذا كانت (u_n) متتالية هندسية أساسها q غير منعدم وحدها الأول u_1 فان : $u_n=u_1q^{n-1}$
- وبصفة عامة : $u_n=u_pq^{n-p}$
- مجموع حدود متتابعة لمتتالية $(u_n)_{n\in I}$ هندسية أساسها q

هو $q\neq 1$: $S_n=u_0+u_1+u_2+\cdots+u_n=u_0\left(\frac{1-q^{n+1}}{1-q}\right)$

مثال: $S_1=u_4+u_5+\cdots+u_{30}=u_4\frac{1-q^{30-4+1}}{1-q}$

III. المتتاليات من صنف $U_{n+1}=aU_n+b$

مثال1: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بالعلاقة الترجعية التالية : $\begin{cases}u_0=1\\u_{n+1}=2u_n+3\end{cases}$

أحسب الحدود الأربعة الأولى للمتتالية (u_n)

الجواب: نعوض n ب 0 فنجد :

$u_{0+1}=2\times u_0+3=2\times1+3=2+3=5$

اذن : $u_1=5$

نعوض n ب 1 فنجد :

$u_{1+1}=2\times u_1+3=2\times5+3=10+3=13$

اذن : $u_2=13$

نعوض n ب 2 فنجد :

$u_{2+1}=2\times u_2+3=2\times13+3=26+3=29$

اذن : $u_3=29$

ملاحظة : هذه المتتالية تسمى متتالية ترجعيه

مثال 2: نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة كالتالي : $\forall n\in\mathbb{N}$ $\begin{cases}u_{n+1}=2u_n+2\\u_0=2\end{cases}$

ونعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة كالتالي : $v_n=u_n+2$ $\forall n\in\mathbb{N}$

1) أحسب u_1 و u_2 و v_0 و v_1

2) أحسب $\frac{v_{n+1}}{v_n}$ و استنتج طبيعة المتتالية (v_n)

3) أكتب v_n بدلالة n

4) استنتج u_n بدلالة n

الجواب : نعوض n ب 0 فنجد : $u_{0+1}=2\times u_0+2=2\times2+3=4+3=7$

اذن : $u_1=7$

نعوض n ب 1 فنجد: $u_{1+1}=2\times u_1+2=2\times7+2=14+2=16$

اذن : $u_2=16$

نعوض n ب 0 فنجد : $v_0=u_0+2=2+2=4$

نعوض n ب 1 فنجد : $v_1=u_1+2=7+2=9$

2) $\frac{v_{n+1}}{v_n}=\frac{u_{n+1}+2}{u_n+2}=\frac{2u_n+2+2}{u_n+2}=\frac{2u_n+4}{u_n+2}=\frac{2(u_n+2)}{u_n+2}=2=q$

اذن: المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=2$ وحدها الأول $v_0=4$

3) كتابة v_n بدلالة n

بما أن المتتالية (v_n) هندسية أساسها $q=2$ وحدها الأول $v_0=4$

فان: $v_n=v_0\times q^n$ أي: $v_n=4\times2^n$

4) استنتاج u_n بدلالة n لدينا: $v_n=u_n+2$

اذن: $v_n-2=u_n$ أي: $u_n=4\times2^n-2$

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي