مذكرة رقم : 4
الأستاذ : عثماني نجيب

مذكرة رقم 4 في درس الاشتقاق ودراسة الدوال

الأهداف القدرات المنتظرة من الدرس :

محتوى البرنامج	القدرات المنتظرة	توجيهات تربوية
- مراجعة ما سبقت دراسته في السنة الأولى: استعمال الدالة المشتقة لدراسة دالة عددية في حالة الدوال الحدودية من الدرجة الثانية والثالثة والدوال المتخاطة؛ - دراسة الدالة $x \to \sqrt{ax+b}$.	- التمكن من مشتقات الدوال الاعتيادية؛ - تحديد رتابة دالة انطلاقا من إشارة مشتقتها؛ - تحديد إشارة دالة انطلاقا من جدول تغيراتها أو من تمثيلها المبياني؛ - الحل المبياني لمعادلات من الشكل $f(x)=\lambda$ ومتراجحات من الشكل $f(x)\leq\lambda$ حيث f دالة اعتيادية.	- يتم التذكير بمفهوم الاشتقاق وتطبيقاته من خلال أنشطة متنوعة تبرز الأهمية التي يكتسبها في الدراسة الموضعية والشاملة للدوال المقررة وخاصة في التقريب المحلي لدالة وفي تحديد بعض المطاريف؛ - من خلال دراسة أمثلة لدوال حدودية ودوال جذرية تتم صيانة مكتسبات التلاميذ حول الاشتقاق وحساب النهايات وعناصر تماثل منحنى دالة وحل بعض المعادلات والمتراجحات مبيانيا؛ - دراسة إشارة $f'(x)$ لا ينبغي أن تطرح أية صعوبة للتلاميذ.

I. اشتقاق دالة في نقطة:

تعريف: نقول ان دالة f قابلة للاشتقاق في النقطة x_0 إذا وجد

عدد حقيقي ℓ بحيث $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\ell$ والعدد ℓ يسمى العدد المشتق للدالة f في النقطة x_0. و نكتب $\ell=f'(x_0)$

ملاحظة: إذا كانت f قابلة للاشتقاق في x_0 فان معادلة مماس المنحنى (C_f) في النقطة التي أفصولها x_0 هي:

$$y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$$

مثال: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=2x^2$

1. باستعمال التعريف بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x_0=1$.
2. حدد معادلة المماس للمنحنى الممثل للدالة f عند $x_0=1$.

الجواب: 1) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2x^2-2}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2(x^2-1)}{x-1}=\lim\limits_{x\to1}\dfrac{2(x-1)(x+1)}{x-1}$

$=\lim\limits_{x\to1}2(x+1)=2(1+1)=4=f'(1)\in\mathbb{R}$ اذن : الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x_0=1$.

2) $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ و $f'(1)=4$ و $f(1)=2$ اذن :

$y=f'(1)(x-1)+f(1)=4(x-1)+2=4x-4+2$ ومنه $y=4x-2$ و هي معادلة المماس

تمرين1: نعتبر الدالة f المعرفة كالتالي : $f(x)=3x^2$

1. باستعمال التعريف بين أن الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x_0=2$.
2. حدد معادلة المماس للمنحنى الممثل للدالة f عند $x_0=2$.

الجواب: 1) $\lim\limits_{x\to x_0}\dfrac{f(x)-f(x_0)}{x-x_0}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{f(x)-f(2)}{x-2}$

$=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3x^2-12}{x-2}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{3(x^2-4)}{x-2}=\lim\limits_{x\to2}\dfrac{2(x-2)(x+2)}{x-2}$

$=\lim\limits_{x\to2}3(x+2)=3(2+2)=12=f'(2)\in\mathbb{R}$ اذن : الدالة f قابلة للاشتقاق عند $x_0=2$.

2) $y=f'(x_0)(x-x_0)+f(x_0)$ و $f'(2)=12$ و $f(2)=12$ اذن :

$y=f'(2)(x-2)+f(2)=12(x-2)+12=12x-24+12$

$y=12x-12$ و هي معادلة المماس

II. الدالة المشتقة:

مشتقات الدوال الاعتيادية:

$f(x)$	$f'(x)$	المجال
k	0	$\mathbb{R}$
ax	a	$\mathbb{R}$
x^2	$2x$	$\mathbb{R}$
$x^n\ (n\in\mathbb{N}^*)$	nx^{n-1}	$\mathbb{R}$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$]0,+\infty[$ أو $]-\infty,0[$

أمثلة: حدد الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

1) $f(x)=2$ (2 $f(x)=3x-5$ (3 $f(x)=x^{10}$

الأجوبة :

1) $f'(x)=(2)'=0$ (2 $f'(x)=(3x-5)'=3$

3) $f'(x)=\left(x^{10}\right)'=10x^{10-1}=10x^9$

العمليات على الدوال المشتقة:

الدالة	مشتقتها	الشرط
$u+v$	$u'+v'$	
$k\cdot u$	$k\cdot u'$	
$u\cdot v$	$u'v+uv'$	
$\frac{1}{u}$	$-\frac{u'}{u^2}$	u لا تنعدم في I
$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v+uv'}{v^2}$	v لا تنعدم في I
$u^n\ (n\in\mathbb{N}^*)$	$nu^{n-1}u'$	

مثال1: حدد الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

1) $f(x)=2x^8$ (2 $f(x)=5x^4-1$

الأجوبة: 1) $f'(x)=\left(2x^8\right)'=2\times\left(x^8\right)'=2\times 8x^{8-1}=16x^7$ (2 $f'(x)=\left(5x^4-1\right)'=5\times\left(x^4\right)'-(1)'=5\times 4x^{4-1}-0=20x^3$

تمرين2: حدد الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

1) $f(x)=3x^7$ (2 $f(x)=-\frac{1}{2}x^2-1$ (3 $f(x)=3x^3-4x^2+6$ (4 $f(x)=2x^5-3x^4-6x+1$

تمرين3: حدد الدالة المشتقة للدالة f في كل حالة من الحالات التالية :

1) $f(x)=3x^3-\frac{1}{2}x^2-1$ (2 $f(x)=\frac{1}{5}x^5-\frac{1}{4}x^4-4x-6$ (3 $f(x)=2x^5-4x^2+7$

مثال2: حدد الدالة المشتقة للدالة f : $f(x)=(3x+5)\times(2x+6)$

الحل: $f'(x)=\left((3x+5)\times(2x+6)\right)'=\left((3x+5)\right)'\times(2x+6)+(3x+5)\times(2x+6)'$

$f'(x)=\left((3x+5)\times(2x+6)\right)'=3\times(2x+6)+(3x+5)\times 2$

$f'(x)=6x+18+6x+10=12x+28$

تمرين 4 : حدد الدالة المشتقة للدالة f : $f(x)=x^2\times(2x-1)$

الحل: $f'(x)=\left(x^2\times(2x-1)\right)'=\left(x^2\right)'\times(2x-1)+x^2\times(2x-1)'$

$f'(x)=2x\times(2x-1)+x^2\times 2=4x^2-2x+2x^2=6x^2-2x$

مثال3: حدد الدالة المشتقة للدالة f : $f(x)=\frac{1}{2x+1}$

الحل: $f'(x)=\left(\frac{1}{2x+1}\right)'=-\frac{(2x+1)'}{(2x+1)^2}=-\frac{2}{(2x+1)^2}$

تمرين5: حدد الدالة المشتقة للدالة f : $f(x)=\frac{1}{4x-3}$

الحل: $f'(x)=\left(\frac{1}{4x-3}\right)'=-\frac{(4x-3)'}{(4x-3)^2}=-\frac{4}{(4x-3)^2}$

مثال4: حدد الدالة المشتقة للدالة f : $f(x)=\dfrac{2x+3}{x+1}$

الحل: ($f'(x)=\left(\dfrac{2x+3}{x+1}\right)'=\dfrac{(2x+3)'\times(x+1)-(2x+3)\times(x+1)'}{(x+1)^2}$

$f'(x)=\dfrac{2\times(x+1)-(2x+3)\times1}{(x+1)^2}=\dfrac{2x+2-2x-3}{(x+1)^2}=\dfrac{-1}{(x+1)^2}$

تمرين6: حدد الدالة المشتقة للدالة f : $f(x)=\dfrac{3x-1}{2x+5}$

الحل: ($f'(x)=\left(\dfrac{3x-1}{2x+5}\right)'=\dfrac{(3x-1)'\times(2x+5)-(3x-1)\times(2x+5)'}{(2x+5)^2}$

$f'(x)=\dfrac{3\times(2x+5)-(3x-1)\times2}{(2x+5)^2}=\dfrac{6x+15-6x+2}{(2x+5)^2}=\dfrac{17}{(2x+5)^2}$

مثال5: حدد الدالة المشتقة للدالة f : $f(x)=(4x+3)^3$

الحل: $f'(x)=\left((4x+3)^3\right)'=3(4x+3)^2\times(4x+3)'=3(4x+3)^2\times4=12(4x+3)^2$

تمرين 7: (1 $f(x)=3x^3-\dfrac{1}{2}x^2-1$ (2 $f(x)=\dfrac{1}{5}x^5-\dfrac{1}{4}x^4-4x-6$

(3 $f(x)=x^2\times(2x-1)$ (4 $f(x)=\dfrac{1}{5x-4}$ (5 $f(x)=\dfrac{4x-2}{2x+1}$

(6 $f(x)=(2x-1)^7$

الحل: (1 $f'(x)=\left(3x^3-\dfrac{1}{2}x^2-1\right)'=9x^2-x$ (2 $f(x)=x^4-x^3-4$ (3 $f'(x)=\left(x^2\times(2x-1)\right)'=\left(x^2\right)'\times(2x-1)+x^2\times(2x-1)'$

$f'(x)=2x\times(2x-1)+x^2\times2=4x^2-2x+2x^2=6x^2-2x$

(4 $f'(x)=\left(\dfrac{1}{5x-4}\right)'=-\dfrac{(5x-4)'}{(5x-4)^2}=-\dfrac{5}{(5x-4)^2}$ (5 $f'(x)=\left(\dfrac{4x-2}{2x+1}\right)'=\dfrac{(4x-2)'\times(2x+1)-(4x-2)\times(2x+1)'}{(2x+1)^2}$

$f'(x)=\dfrac{4\times(2x+1)-(4x-2)\times2}{(2x+1)^2}=\dfrac{(8x+4)-(8x-4)}{(2x+1)^2}=\dfrac{8}{(2x+1)^2}$

(6 $f'(x)=\left((2x-1)^7\right)'=7(2x-1)^6\times(2x-1)'=7(2x-1)^6\times2=14(2x-1)^6$

III. رتابة دالة و إشارة مشتقتها:

خاصية: I مجال من $\mathbb{R}$ و f دالة قابلة للاشتقاق على I.

- f ثابتة على I $\Leftrightarrow$ $f'(x)=0$ لكل x من I.
- f تزايدية على I $\Leftrightarrow$ $f'(x)\geq0$ لكل x من I.
- f تناقصية على I $\Leftrightarrow$ $f'(x)\leq0$ لكل x من I.

مثال1 : لتكن f دالة عددية معرفة ب : $f(x)=5x^3$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f
2. أحسب الدالة المشتقة و استنتج رتابة الدالة f

الحل:

1) الدالة f حدودية اذن $D_f=\mathbb{R}$ (2 $f'(x)=\left(5x^3\right)'=5\left(x^3\right)'=5\times3x^2=15x^2\geq0$ ومنه الدالة f تزايدية على $D_f=\mathbb{R}$

مثال 2 : دراسة دالة حدودية:

f دالة عددية معرفة ب : $f(x)=x^3-3x^2+4$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f
2. أحسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$
3. أحسب الدالة المشتقة ثم ضع جدول تغيرات الدالة f.
4. أنشئ منحنى الدالة f.

الحل:

1. الدالة f حدودية اذن $D_f=\mathbb{R}$
2. $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}x^3=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}x^3=-\infty$

.3 $f'(x)=\left(x^3-3x^2+4\right)'=\left(x^3\right)'-\left(3x^2\right)'+\left(4\right)'$

$f'(x)=3x^2-3\times2x^1+0=3x^2-6x=3x(x-2)$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x(x-2)=0$

$\Leftrightarrow 3x=0$ أو $x-2=0 \Leftrightarrow x=0$ أو $x=2$

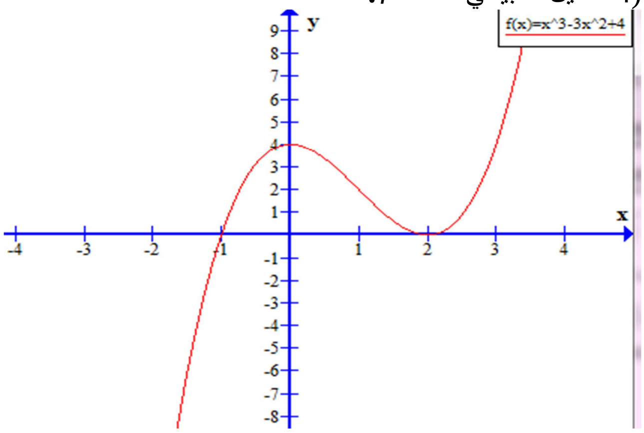
جدول إشارة $f'(x)$

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$3x$		$-$	0	$+$		$+$	
$x-2$		$-$		$-$	0	$+$	
$3x(x-2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

جدول تغيرات الدالة f.

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	4	$\searrow$	0	$\nearrow$	$+\infty$

4) التمثيل المبياني للدالة f.



تمرين8 : <u>دراسة دالة حدودية:</u>

f دالة عددية معرفة ب : $f(x)=x^3+3x^2-1$

1. حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f
2. أحسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$
3. أحسب الدالة المشتقة ثم ضع جدول تغيرات الدالة f.
4. أنشئ منحنى الدالة f.

<u>الحل:</u>

.1 الدالة f حدودية اذن $D_f=\mathbb{R}$

.2 $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty} x^3=+\infty$

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty} x^3=-\infty$

.3 $f'(x)=\left(x^3+3x^2-1\right)'=\left(x^3\right)'+\left(3x^2\right)'-\left(1\right)'$

$f'(x)=3x^2+3\times2x^1+0=3x^2+6x=3x(x+2)$

$f'(x)=0 \Leftrightarrow 3x(x+2)=0$

$\Leftrightarrow 3x=0$ أو $x+2=0 \Leftrightarrow x=0$ أو $x=-2$

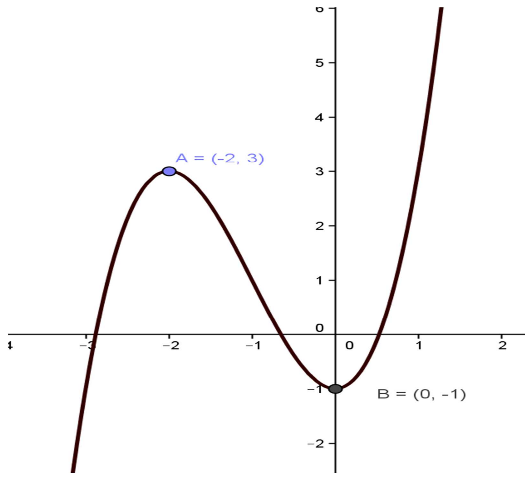
جدول إشارة $f'(x)$

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$x+2$		$-$	0	$+$	|	$+$	
$3x$		$-$	|	$-$	0	$+$	
$3x(x+2)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

جدول تغيرات الدالة f.

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	3	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

التمثيل المبياني للدالة f.



مثال 3 : <u>دراسة دالة متخاطة:</u> نعتبر الدالة العددية g المعرفة ب: $g(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$

1. حدد حيز تعريف الدالة g.
2. أحسب نهايات الدالة g في محدات حيز التعريف و أول النتائج هندسيا.
3. أحسب الدالة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة g.
4. املأ الجدول التالي :

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$							

5. أنشئ منحنى الدالة g.

الحل:

1. حيز تعريف الدالة g هو: $D=\{x\in\mathbb{R}/x-1\neq 0\}=\mathbb{R}-\{1\}$

و منه $D=]-\infty,1[\cup]1,+\infty[$

2. $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{x}=2$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x-1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{x}=2$

يعني المستقيم ذا المعادلة $y=2$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f).

$\lim\limits_{x\to1^+} g(x)=\lim\limits_{x\to1^+}\dfrac{2x+1}{x-1}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to1^-} g(x)=\lim\limits_{x\to1^-}\dfrac{2x+1}{x-1}=-\infty$

يعني المستقيم ذا العادلة $x=1$ مقارب عمودي للمنحنى.

3. لكل x من D لدينا: $g'(x)=\dfrac{\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & -1\end{vmatrix}}{(x-1)^2}=\dfrac{-3}{(x-1)^2}$

يعني: $(\forall x\in D)\, g'(x)<0$

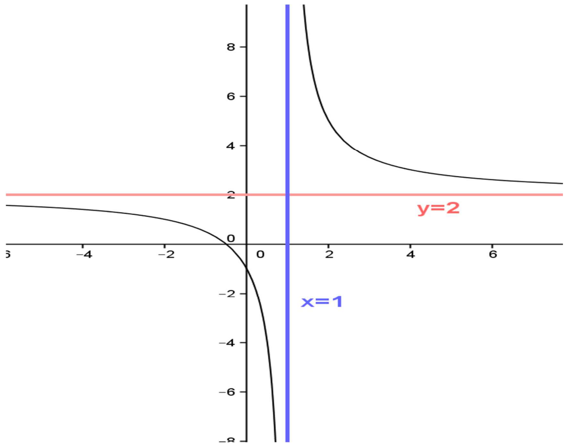
<u>جدول تغيرات الدالة.</u>

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	$2 \searrow$	‖	$\searrow 2$

.4

x	-2	-1	0	1	2	3	4
$g(x)$	1	1/2	-1		5	7/2	3

.5 منحنى الدالة g .



تمرين9 : نعتبر الدالة العددية g المعرفة ب: $f(x)=\dfrac{3x+1}{x-2}$

.1 حدد حيز تعريف الدالة f.
.2 أحسب نهايات الدالة f في محدات حيز التعريف و أول النتائج هندسيا.
.3 أحسب الدالة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة f.
.4 املأ الجدول التالي :

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$							

.5 أنشئ منحنى الدالة f.

الحل:

.1 حيز تعريف الدالة f هو: $D=\{x\in\mathbb{R}/x-2\neq 0\}=\mathbb{R}-\{2\}$

و منه $D=]-\infty,2[\cup]2,+\infty[$

.2 $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x+1}{x-2}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3x}{x}=3$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x+1}{x-2}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{3x}{x}=3$

يعني المستقيم ذا المعادلة $y=3$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f).

$\lim\limits_{x\to2^+} f(x)=\lim\limits_{x\to2^+}\dfrac{3x+1}{x-2}=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to2^-} f(x)=\lim\limits_{x\to2^-}\dfrac{3x+1}{x-2}=-\infty$

يعني المستقيم ذا العادلة $x=2$ مقارب عمودي للمنحنى.

.3 لكل x من D لدينا: $f'(x)=\dfrac{\begin{vmatrix}3 & 1\\ 1 & -2\end{vmatrix}}{(x-2)^2}=\dfrac{-7}{(x-2)^2}$

يعني: $(\forall x\in D)f'(x)<0$

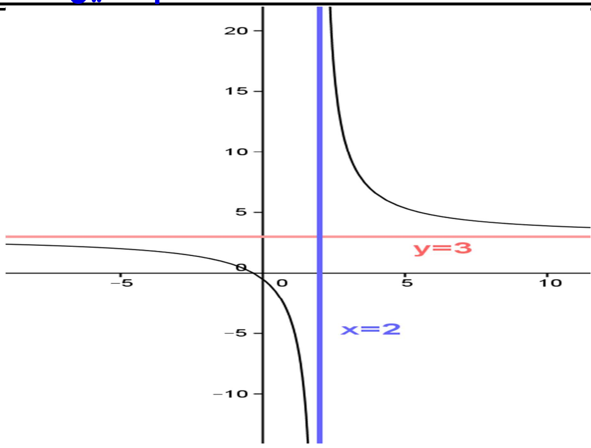
<u>جدول تغيرات الدالة</u>

x	$-\infty$	2	$+\infty$
$f'(x)$	$-$	‖	$-$
$f(x)$	$3 \searrow$	‖	$\searrow 3$

.4

x	-1	0	1	2	3	4	5
$f(x)$	2 /3	-1/2	-4		10	13/2	4

.5 منحنى الدالة f.



IV. دراسة الدالة $x \mapsto \sqrt{ax+b}$ $(a \neq 0)$:

مثال: نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب: $f(x)=\sqrt{3x-5}$

1. حدد D حيز تعريف الدالة f.
2. أحسب $\lim_{x\to+\infty} f(x)$.
3. أحسب $f'(x)$ و ضع جدول تغيرات الدالة f.
4. أحسب $f(2)$ و $f(3)$ و $f(7)$.
5. مثل مبيانيا الدالة f في معلم متعامد ممنظم.

الحل:

1. $f(x)$ **معرفة إذا وفقط إذا كان** $3x-5\geq 0$ **يعني** $3x\geq 5$ **و منه** $x\geq\frac{5}{3}$

يعني حيز تعريف الدالة f **هو:** $D=\left[\frac{5}{3},+\infty\right[$

2. $\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x\left(3-\frac{5}{x}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}\sqrt{3-\frac{5}{x}}=+\infty$

لأن $\lim_{x\to+\infty}\frac{5}{x}=0$ **و** $\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}=+\infty$

3. **لدينا:** $\left(\forall x\in\left]\frac{5}{3},+\infty\right[\right) f'(x)=\frac{3}{2\sqrt{3x-5}}$

بما أن $\frac{3}{2}>0$ **و** $\sqrt{3x-5}>0$ **فإن:** $f'(x)>0$.

جدول التغيرات:

x	$5/3$	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	
$f(x)$	0 ↗	$+\infty$

4. **لدينا:** $f(2)=\sqrt{3\times 2-5}=\sqrt{1}=1$

و $f(3)=\sqrt{3\times 3-5}=\sqrt{4}=2$

و $f(7)=\sqrt{3\times 7-5}=\sqrt{16}=4$

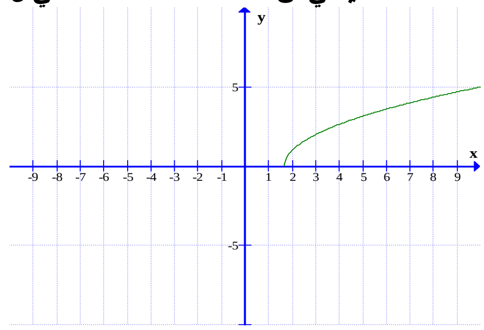
5. **التمثيل المبياني:**

$f\left(\frac{5}{3}\right)=0$ **يعني أن النقطة** $A\left(\frac{5}{3},0\right)$ **تنتمي ل** (C_f).

$f(2)=1$ **يعني أن النقطة** $B(2,1)$ **تنتمي ل** (C_f).

$f(3)=2$ يعني أن النقطة $B(3,2)$ تنتمي ل (C_f).

$f(7)=4$ يعني أن النقطة $B(7,4)$ تنتمي ل (C_f).



تمرين10: نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب: $f(x)=\sqrt{2x+4}$

1. حدد D حيز تعريف الدالة f.
2. أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$.
3. أحسب $f'(x)$ و ضع جدول تغيرات الدالة f.
4. أحسب $f(-2)$ و $f(0)$ و $f(6)$.
5. مثل مبيانيا الدالة f في معلم متعامد ممنظم.

الحل:(1 $f(x)$ **معرفة إذا وفقط إذا كان** $2x+4\geq 0$ **يعني** $2x\geq -4$ **و منه** $x\geq -2$

يعني حيز تعريف الدالة f هو: $D=[-2,+\infty[$

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x\left(2+\frac{4}{x}\right)}=\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x}\sqrt{2+\frac{4}{x}}=+\infty$$

لأن $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{4}{x}=0$ **و** $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x}=+\infty$

لدينا: $(\forall x\in\,]-2,+\infty[)\; f'(x)=\frac{2}{2\sqrt{2x+4}}=\frac{1}{\sqrt{2x+4}}$

بما أن $\sqrt{2x+4}>0$ **فان:** $f'(x)>0$.

جدول التغيرات:

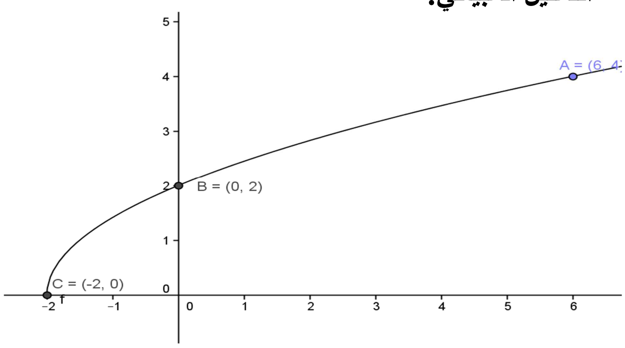
x	-2 $\qquad\qquad$ $+\infty$
$f'(x)$	$+$
$f(x)$	$0 \nearrow +\infty$

لدينا: $f(-2)=\sqrt{2\times(-2)+4}=\sqrt{0}=0$

و $f(0)=\sqrt{2\times 0+4}=\sqrt{4}=2$

و $f(6)=\sqrt{2\times 6+4}=\sqrt{16}=4$

التمثيل المبياني:



الأستاذ : عثماني نجيب

تمرين11: نعتبر الدالة العددية g المعرفة ب: $g(x)=\dfrac{2x+1}{x+1}$

1. حدد حيز تعريف الدالة g.
2. أحسب نهايات الدالة g في محدات حيز التعريف و أول النتائج هندسيا.
3. أحسب الدلة المشتقة. ثم ضع جدول تغيرات الدالة g.
4. أنشئ منحنى الدالة g.

الحل:

1)حيز تعريف الدالة g هو: $D=\{x\in\mathbb{R}/x+1\neq 0\}=\mathbb{R}-\{-1\}$

و منه $D=]-\infty,-1[\cup]-1,+\infty[$

2) $\lim\limits_{x\to-\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x+1}{x+1}=\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2x}{x}=2$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x+1}{x+1}=\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{2x}{x}=2$

يعني المستقيم ذا المعادلة $y=2$ مقارب أفقي للمنحنى (C_f).

$$\lim_{x\to-1^+} g(x)=\lim_{x\to-1^+}\frac{2x+1}{x+1}=-\infty \quad \text{و} \quad \lim_{x\to-1^-} g(x)=\lim_{x\to-1^-}\frac{2x+1}{x+1}=+\infty$$

يعني المستقيم ذا العادلة $x=-1$ مقارب عمودي للمنحنى.

3)لكل x من D لدينا: $g'(x)=\dfrac{\begin{vmatrix}2 & 1\\ 1 & 1\end{vmatrix}}{(x+1)^2}=\dfrac{1}{(x+1)^2}$ يعني: $(\forall x\in D)\, g'(x)>0$

4)جدول تغيرات الدالة.

x	$-\infty$	1	$+\infty$
$f'(x)$	$+$	‖	$+$
$f(x)$	2 ↗	‖	↗ 2

منحنى الدالة g.