ملخصي وقواعدي في الرياضيات

مستوى: السنة الثانية من سلك الباكالوريا

- شعبة التعليم الأصيل: مسلك العلوم الشرعية و مسلك اللغة العربية
- شعبة الآداب و العلوم الإنسانية: مسلك الآداب و مسلك العلوم الإنسانية

من انجاز : الأستاذ نجيب عثماني أستاذ مادة الرياضيات في الثانوي تأهيلي

ملخص درس الاحتمالات

❖ تجربة عشوائية- مصطلحات:

نشاط1: نذكر أن لقطعة نقدية وجهين : P و F

نرمي قطعة نقدية غير مزيفة مرة واحدة

هذه التجربة لا يمكن توقع نتيجتها مسبقا وبشكل أكيد ومنه تسمى

التجربة العشوائية: نسمي تجربة عشوائية كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها مسبقا.

ماهي نتائج هذه التجربة العشوائية؟

يمكن الحصول على : P أو F

P هي امكانية و F هي امكانية أخرى

إمكانية: كل نتيجة لتجربة عشوائية تسمى إمكانية.

اذن لهذه التجربة إمكانيتين فقط اذن مجموعة الامكانيات هي :

$\Omega = \{P;F\}$

كون الإمكانيات: مجموعة كل الإمكانيات لتجربة عشوائية تسمى كون الإمكانيات و نرمز لها بالرمز Ω, و تسمى أيضا الحدث الأكيد.

أوتسمى فضاء الإمكانيات والكتابة : $card(\Omega) = 2$ (إمكانيتين فقط)تقرأ رئيسي المجموعة Ω

نشاط2: نرمي قطعة نقدية غير مزيفة مرتين متتاليتين

ماهي نتائج هذه التجربة العشوائية؟

يمكن الحصول على : PP أو FF أو FP أو PF

PP هي **امكانية** و FF هي امكانية أخرى

اذن لهذه التجربة 4 امكانيات فقط اذن مجموعة الامكانيات هي :

$\Omega = \{PP;FF;PF;FP\}$

وهي فضاء الإمكانيات ولدينا : $card(\Omega) = 4$ (4 امكانيات فقط)

يمكن لنا استعمال شجرة الإمكانيات للبحث عن كل الامكانيات

❖ الاحتمالات و مصطلحات:

نشاط4: رمي نرد مكعب و وجوهه الستة مرقمة من 1 إلى 6 واحدة هو تجربة عشوائية و كون الإمكانيات المرتبط بهذه التجربة هو: $\Omega = \{1;2;3;4;5;6\}$

نعتبر : "الحصول على عدد زوجي" A يعني $A = \{2;4;6\}$

A جزء من الكون Ω ويسمى حدثا

الحدث: كل مجموعة مكونة من إمكانية أو أكثر (أي كل جزء من لكون Ω).

" ظهور رقم فردي "B هو حدث آخر يعني: $B = \{1;3;5\}$

" ظهور رقم قابل للقسمة على 3 "C هو حدث آخر يعني: $C = \{3;6\}$

الحدث $A \cap B$ هو الحدث A و B ويقرأ تقاطع الحدثين A و B

$A \cap B = \varnothing$ **ونقول الحدثين** A و B منفصلين أو غير منسجمين

$A \cap C = \{6\}$

الحدث الابتدائي: كل حدث يحتوي على إمكانية واحدة يسمى حدثا

مثال: $A \cap C = \{6\}$ حدث ابتدائي.

الحدث $A \cup B$ هو الحدث A أو B .ويقرأ اتحاد الحدثين A و B

الحدث $A \cup B = \{1;2;3;4;5;6\} = \Omega$ هو الحدث الأكيد

$A \cup C = \{2;3;4;6\}$

نعتبر الحدث التالي: " عدم ظهور رقم قابل للقسمة على 3 "D

الحدث $D = \{1;2;4;5\}$ يسمى الحدث المضاد للحدث C

ونكتب $D = \overline{C}$

خاصية: ليكن Ω كون إمكانية تجربة عشوائية, عند فرضية تساوي الاحتمالات فاناحتمال حدث نرمز له بالرمز $p(A)$ ولدينا: $p(A) = \dfrac{CardA}{Card\,\Omega}$ ولدينا أيضا:

$p(\Omega) = 1$ و $p(\phi) = 0$ و لكل حدث A, $0 \le p(A) \le 1$

ولكل حدث A لدينا $p(\overline{A}) = 1 - p(A)$

ولكل حدثين غير منسجمين A و B (أي $A \cap B = \phi$)

$p(A \cup B) = p(A) + p(B)$

ولكل حدثين A و B لدينا

$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$.

مثال: A و B حدثان مرتبطان بنفس التجربة العشوائية بحيث:

$p(A) = 0,7$ و $p(B) = 0,4$ و $p(A \cap B) = 0,3$.

أحسب: $p(\overline{A})$ و $p(\overline{B})$ و $p(A \cup B)$

الجواب: $p(\overline{A}) = 1 - p(A) = 1 - 0.7 = 0.3$

$p(\overline{B}) = 1 - p(B) = 1 - 0.4 = 0.6$

$$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B)$$
$$= 0.7 + 0.4 - 0.3 = 0.8$$

❖ وأنواع السحب:

- عند السحب بالتتابع وبدون إحلال نستعمل الرمز A_n^p
- عند السحب الآني نستعمل الرمز C_n^p
- عند السحب بالتتابع وبإحلال نستعمل مبدأ الجداء

أنظر بعض الأمثلة في الصفحة2

الأستاذ : نجيب عثماني

❖ وأنواع السحب:أمثلة

مثال1: يحتوي صندوق غير كاشف على 5 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كرتين حمراوين

نسحب عشوائيا من الصندوق كرة واحدة

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرة بيضاء "B و " سحب كرة سوداء " N و " سحب كرة حمراء "R و " عدم سحب كرة سوداء "D

الجواب:1) $card(\Omega)=10$ و هو ببساطة عدد الكرات في الصندوق

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$ و $p(N)=\frac{CardN}{Card\Omega}=\frac{3}{10}$

$p(R)=\frac{CardR}{Card\Omega}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

D هو الحدث المضاد للحدث N أي $D=\overline{N}$ **ومنه**

$p(D)=p(\overline{N})=1-p(N)=1-0.3=0.7$

مثال2: يحتوي صندوق غير كاشف على أقراص مرقمة : قرصان منهم يحملان الرقم 1 و ثلاث أقراص منهم يحملون الرقم 2 و سبعة أقراص تحمل الرقم 4

نسحب عشوائيا من الصندوق قرصا واحدا

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب قرص يحمل الرقم 1 "A " سحب قرص يحمل الرقم 3 "B " سحب قرص يحمل رقم زوجي "C " سحب رقم أصغر من أو يساوي 2 "D " سحب قرص لا يحمل الرقم 1 "E

الجواب:1) $card(\Omega)=12$ و هو ببساطة عدد الكرات في الصندوق

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}=\frac{0}{12}=0$ $p(A)=\frac{CardA}{Card\Omega}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$

$p(C)=\frac{CardC}{Card\Omega}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$ $p(D)=\frac{CardD}{Card\Omega}=\frac{5}{12}$

E هو الحدث المضاد للحدث A أي $E=\overline{A}$ **ومنه**

$p(E)=p(\overline{A})=1-p(A)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

مثال3: أحسب : $4!$ و C_7^4 و A_7^4

الجواب: $4!=4\times3\times2\times1=24$ و

$C_7^4=\frac{7!}{4!(7-4)!}=\frac{7!}{4!3!}=\frac{7\times6\times5\times4!}{4!3!}=\frac{7\times6\times5}{3!}=35$

$A_7^4=7\times6\times5\times4=840$

مثال4:السحب تآنيا-التأليفات

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق في آن واحد

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين "B " سحب كرتين حمراوين "R

" سحب كرتين من نفس اللون "M

" سحب كرتين من لون مختلف "D

الأجوبة:1) $28=\frac{8\times7}{2!}=\frac{8\times7\times6!}{2!6!}=\frac{8!}{2!6!}=\frac{8!}{2!(8-2)!}=$

$card(\Omega)=C_8^2$

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}==\frac{C_3^2}{28}=\frac{3}{28}$ $p(R)=\frac{CardR}{Card\Omega}==\frac{C_5^2}{28}=\frac{10}{28}$

$C_5^2=\frac{5!}{2!(5-2)!}=\frac{5!}{2!3!}=\frac{5\times4\times3!}{2!3!}=\frac{5\times4}{2!}=10$

سحب كرتين من نفس اللون أي سحب كرتين بيضاوين أو كرتين حمراوين $p(M)=\frac{CardM}{Card\Omega}==\frac{C_3^2+C_5^2}{28}=\frac{3+10}{28}=\frac{13}{28}$

D هو الحدث المضاد للحدث M أي $D=\overline{M}$ **ومنه**

$p(D)=p(\overline{M})=1-p(M)=1-\frac{13}{28}=\frac{15}{28}$

مثال5:السحب بدون إحلال- الترتيبات بدون تكرار

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين "B

" سحب كرتين سوداوين " N

الجواب:1) $card(\Omega)=A_7^2=7\times6=42$

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}==\frac{A_3^2}{42}=\frac{3\times2}{7\times6}=\frac{1}{7}$

$p(N)=\frac{CardN}{Card\Omega}==\frac{A_4^2}{42}=\frac{4\times3}{7\times6}=\frac{2\times2\times3}{7\times6}=\frac{2}{7}$

مثال6 :السحب بإحلال- الترتيبات بتكرار:

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد $card(\Omega)$ حيث Ω هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين "B " سحب كرتين سوداوين " N

الجواب:1) $card(\Omega)==7\times7=7^2=49$

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}==\frac{3\times3}{49}=\frac{9}{49}$

$p(N)=\frac{CardN}{Card\Omega}==\frac{4\times4}{7\times7}=\frac{16}{49}$