Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

مذكرة رقم : 3
الأستاذ : عثماني نجيب

# مذكرة رقم 3 في درس الاحتمالات

**الأهداف القدرات المنتظرة من الدرس :**

| محتوى البرنامج | القدرات المنتظرة | توجيهات تربوية |
|---|---|---|
| - التجارب العشوائية؛<br>- استقرار تردد حدث عشوائي؛<br>- احتمال حدث؛ | - تصور المحاكاة *Simulation* المناسبة حسب التجربة العشوائية المعنية وتطبيقها؛<br>- حساب احتمال اتحاد حدثين؛ | - ينبغي تجنب أي تقديم نظري لمفهوم الاحتمال؛<br>- من خلال إعادة تجربة عشوائية بسيطة عددا كبيرا من المرات (رمي قطعة نقدية، سحب كرة من كيس، ...) نتبين استقرار تردد حدث عشوائي ثم تقبل هذه النتيجة؛ ويمكن استعمال الملمس *rand* من الآلة الحاسبة العلمية أو الآلة الحاسبة العلمية القابلة للبرمجة أو البرانم المندمجة في الحاسوب لهذه الغاية؛ |
| - احتمال حدثين غير منسجمين؛<br>- الحدث المضاد؛<br>- اتحاد و تقاطع حدثين؛<br>- فرضية تساوي الاحتمالات؛ | - حساب احتمال تقاطع حدثين؛<br>- حساب احتمال الحدث المضاد لحدث؛<br>- استعمال النموذج التعدادي المناسب حسب الوضعية المدروسة؛ | - ينبغي الانطلاق من وضعيات ملموسة ومتدرجة تجعل التلميذ يتدرب تدريجيا على وصف تجارب عشوائية باستعمال لغة الاحتمال؛<br>- يقدم احتمال حدث انطلاقا من استقرار تردد حدث عشوائي؛<br>- يعتبر الاحتمال الشرطي واستقلالية حدثين والمتغيرات العشوائية خارج المقرر<br>- يعزز تقديم مفاهيم الاحتمالات بأمثلة متنوعة تغطي مختلف الحالات الممكنة؛<br>- يطبق الاحتمال في وضعيات متنوعة ذات الارتباط بمواد التخصص؛ |

## I. تجربة عشوائية- مصطلحات:

**نشاط1:** نذكر أن لقطعة نقدية وجهين : $P$ و $F$

نرمي قطعة نقدية غير مزيفة مرة واحدة

هذه التجربة لا يمكن توقع نتيجتها مسبقا وبشكل أكيد ومنه تسمى **تجربة عشوائية**

**تجربة عشوائية:** نسمي تجربة عشوائية كل تجربة لا يمكن توقع نتيجتها مسبقا.

**ماهي نتائج هذه التجربة العشوائية؟**

يمكن الحصول على : $P$ أو $F$

$P$ هي امكانية و $F$ هي امكانية أخرى

**إمكانية:** كل نتيجة لتجربة عشوائية تسمى إمكانية.

اذن لهذه التجربة إمكانيتين فقط اذن مجموعة الامكانيات هي : $\Omega=\{P;F\}$

**كون الإمكانيات:** مجموعة كل الإمكانيات لتجربة عشوائية تسمى كون الإمكانيات و نرمز لها بالرمز $\Omega$, و تسمى أيضا الحدث الأكيد.

أوتسمى فضاء الإمكانيات والكتابة : $card\,(\Omega)=2$ (إمكانيتين فقط)تقرأ رئيسي المجموعة $\Omega$

**نشاط2:** نرمي قطعة نقدية غير مزيفة مرتين متتاليتين

هذه التجربة لا يمكن توقع نتيجتها مسبقا وبشكل أكيد ومنه هي **تجربة عشوائية**

**ماهي نتائج هذه التجربة العشوائية؟**

يمكن الحصول على : $PP$ أو $FF$ أو $FP$ أو $PF$

$PP$ هي **امكانية** و $FF$ هي امكانية أخرى

اذن لهذه التجربة 4 امكانيات فقط اذن مجموعة الامكانيات هي : $\Omega=\{PP;FF;PF;FP\}$

وهي فضاء الإمكانيات ولدينا : $card\,(\Omega)=4$ (4 امكانيات فقط)

يمكن لنا استعمال شجرة الإمكانيات للبحث عن كل الامكانيات

**تمرين1** : أو **نشاط3:** نرمي قطعة نقدية غير مزيفة ثلاث مرات متتالية

1)أرسم شجرة الامكانيات

2)حدد كون الامكانيات $\Omega$ وحدد $card\,(\Omega)$

الأجوبة :1)هذه التجربة لا يمكن توقع نتيجتها مسبقا وبشكل أكيد ومنه هي **تجربة عشوائية**

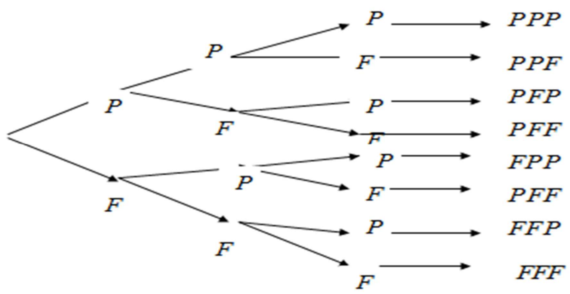
**ماهي نتائج هذه التجربة العشوائية؟**

Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

يمكن الحصول على : $PPP$ أو $FFF$ أو ......

$PPP$ هي **امكانية** و $FFF$ هي امكانية أخرى و ........

1)حدد كل الامكانيات و عددها :يمكن لنا استعمال **شجرة الإمكانيات**




2) اذن لهذه التجربة 8 امكانيات فقط اذن فضاء الامكانيات هو :

$$\Omega = \{PPP; PPF; PFP; PFF; FPP; FPF; FFP; FFF\}$$

3) $card(\Omega) = 8$ (8 امكانيات فقط)

**نشاط4:** رمي نرد مكعب و وجوهه الستة مرقمة من 1 إلى 6 واحدة هو تجربة عشوائية و كون الإمكانيات المرتبط بهذه التجربة هو:
$\Omega = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\}$

نعتبر : "الحصول على عدد زوجي" $A$ يعني $A = \{2; 4; 6\}$

$A$ جزء من الكون $\Omega$ ويسمى حدثا

**الحدث:** كل مجموعة مكونة من إمكانية أو أكثر (أي كل جزء من الكون $\Omega$).

" ظهور رقم فردي "B هو حدث آخر يعني: $B = \{1; 3; 5\}$

" ظهور رقم قابل للقسمة على 3 "C هو حدث آخر يعني: $C = \{3; 6\}$

الحدث $A \cap B$ هو الحدث $A$ و $B$ ويقرأ تقاطع الحدثين $A$ و $B$

$A \cap B = \varnothing$ **ونقول الحدثين** $A$ و $B$ منفصلين أو غير منسجمين

$A \cap C = \{6\}$

**الحدث الابتدائي:** كل حدث يحتوي على إمكانية واحدة يسمى حدثا

مثال: $A \cap C = \{6\}$ حدث ابتدائي.

الحدث $A \cup B$ هو الحدث $A$ أو $B$. ويقرأ اتحاد الحدثين $A$ و $B$

الحدث $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6\} = \Omega$ هو الحدث الأكيد

$A \cup C = \{2; 3; 4; 6\}$

نعتبر الحدث التالي: " عدم ظهور رقم قابل للقسمة على 3 "D

الحدث $D = \{1; 2; 4; 5\}$ يسمى الحدث المضاد للحدث C ونكتب $D = \overline{C}$

## II.استقرار تردد حدث_احتمال حدث:

**مثال:** رمينا نردا مكعبا (وجوهه الستة مرقمة من 1 الى 6) 1000 مرة و حصلنا على الترددات التالية:

| الرقم | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| تردد الرقم | 0,160 | 0,162 | 0,171 | 0,166 | 0,167 | 0,174 |

- تردد رقم 4 هو $\frac{166}{1000} = 0,166$ , أي أن النرد عين 166 مرة الرقم 4 خلال 1000 رمية.

لدينا: $\left(\frac{1}{6} \simeq 0,1666....\right)$ تردد الرقم 4 يستقر حول العدد $\frac{1}{6}$ , نقول إن احتمال الحصول على الرقم 4 هو $\frac{1}{6}$.

و نكتب: $p(\{4\}) = \frac{1}{6}$ . (نلاحظ أن ترددات الأرقام الأخرى قريبة أيضا من العدد $\frac{1}{6}$ ).

- نعتبر الحدث $A$ "الحصول على عدد زوجي" يعني: $A = \{2; 4; 6\}$ , لدينا تردد الحدث $A$ هو مجموع ترددات كل من الأرقام 2 و 4 و 6,
أي: $0,162 + 0,166 + 0,174 = 0,502$ نقول إن احتمال الحدث $A$ هو $0,502$ , و نكتب $P(A) = 0,502$ .



الأستاذ : عثماني نجيب

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

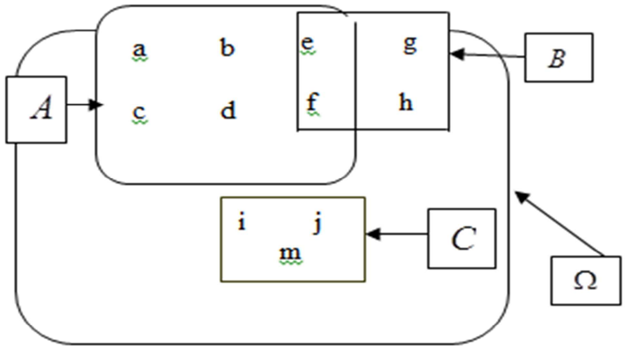
لدينا: $0,5=\frac{3}{6}=\frac{1}{6}+\frac{1}{6}+\frac{1}{6}$ و $P(A)\simeq 0,5$ , و هو ما يفسر استقرار تردد الحدث $A$ .

اذن : احتمال الحدث $A$ نرمز له بالرمز $P(A)$. ولدينا الخاصيات التالية :

**خاصية1:** إذا كانت جميع الأحداث الابتدائية متساوية الاحتمال في تجربة عشوائية كون إمكانيتها $\Omega$, فان احتمال كل حدث $A$ هو:

$$p(A)=\frac{CardA}{Card\Omega}$$

**نشاط :** الخطاطة جانبه تبين توزيع تلاميذ أحد الأقسام حسب الممارسة الرياضية :




الفئة $A$ يمارسون كرة القدم

الفئة $B$ يمارسون كرة اليد

الفئة $C$ يمارسون كرة السلة

نختار عشوائيا احد التلاميذ من هذا القسم

1)أكتب $A$ و $B$ و $C$ و $\Omega$ و $\overline{A}$ و $\overline{C}$ و $A\cap B$ و $A\cup B$ و $A\cap C$ و $A\cup C$ بالتفصيل

2)أحسب : $P(A)$ و $P(B)$ و $P(C)$ و $P(A\cap B)$ و $P(A\cup B)$ و $P(A\cap C)$ و $P(A\cup C)$ و $P(\overline{A})$ و $P(\overline{C})$

3)قارن: $1-p(A)$ و $p(\overline{A})$ و قارن $1-p(C)$ و $p(\overline{C})$

4)تحقق أن : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

5)تحقق أن : $P(A\cup C)=P(A)+P(C)$

الجواب:1) $A=\{a;b;c;d;e;f\}$ $B=\{e;f;g;h\}$ $C=\{i;j;m\}$ $\Omega=\{a;b;c;d;e;f;g;h;i;j;m\}$ $\overline{A}=\{g;h;i;j;m\}$

$\overline{C}=\{a;b;c;d;e;f;g;h\}$ $A\cap B=\{e;f\}$ $A\cup B=\{a;b;c;d;e;f;g;h\}$ $A\cap C=\varnothing$ $A\cup C=\{a;b;c;d;e;f;i;j;m\}$

2) $p(A)=\frac{CardA}{Card\Omega}=\frac{6}{11}$ و $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}=\frac{4}{11}$ و $p(C)=\frac{CardC}{Card\Omega}=\frac{3}{11}$ و $p(A\cap B)=\frac{Card(A\cap B)}{Card\Omega}=\frac{2}{11}$ و $p(A\cup B)=\frac{Card(A\cup B)}{Card\Omega}=\frac{8}{11}$

$p(A\cap C)=\frac{Card(A\cap C)}{Card\Omega}=\frac{0}{11}=0$ و $p(A\cup C)=\frac{Card(A\cup C)}{Card\Omega}=\frac{9}{11}$ و $p(\overline{A})=\frac{Card\overline{A}}{Card\Omega}=\frac{5}{11}$ و $p(\overline{C})=\frac{Card\overline{C}}{Card\Omega}=\frac{8}{11}$

3) $p(\overline{A})=\frac{5}{11}=1-\frac{6}{11}=1-p(A)$ و $p(\overline{C})=\frac{8}{11}=1-\frac{3}{11}=1-p(C)$

**4)** $P(A\cup B)=\frac{8}{11}=\frac{2}{11}-\frac{4}{11}+\frac{6}{11}=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

**5)** $P(A\cup C)=\frac{9}{11}=\frac{3}{11}+\frac{6}{11}=P(A)+P(C)$

**خاصية:**ليكن $\Omega$ كون إمكانية تجربة عشوائية,

$p(\Omega)=1$ $p(\phi)=0$ لكل حدث $A$, $0\leq p(A)\leq 1$ ولكل حدث $A$ لدينا $p(\overline{A})=1-p(A)$

لكل حدثين غير منسجمين $A$ و $B$ (أي $A\cap B=\phi$) $p(A\cup B)=p(A)+p(B)$

لكل حدثين $A$ و $B$ لدينا $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$ .

**تمرين2:** $A$ و $B$ حدثان مرتبطان بنفس التجربة العشوائية بحيث:

$p(A)=0,7$ و $p(B)=0,4$ و $p(A\cap B)=0,3$ .

أحسب: $p(\overline{A})$ و $p(\overline{B})$ و $p(A\cup B)$

**الجواب:** $p(\overline{A})=1-p(A)=1-0.7=0.3$ و $p(\overline{B})=1-p(B)=1-0.4=0.6$ و $p(A\cup B)=p(A)+p(B)-p(A\cap B)$
$=0.7+0.4-0.3=0.8$

**III.فرضية تساوي الاحتمالات وأنواع السحب:**

**مثال1:** يحتوي صندوق غير كاشف على 5 كرات بيضاء و 3 كرات سوداء و كرتين حمراوين

نسحب عشوائيا من الصندوق كرة واحدة

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرة بيضاء "B و " سحب كرة سوداء " N و " سحب كرة حمراء "R و " عدم سحب كرة سوداء "D

الجواب:1) $card\,(\Omega)=10$ وهو ببساطة عدد الكرات في الصندوق

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}=\frac{5}{10}=\frac{1}{2}$ $p(N)=\frac{CardN}{Card\Omega}=\frac{3}{10}$ و $p(R)=\frac{CardR}{Card\Omega}=\frac{2}{10}=\frac{1}{5}$

D هو الحدث المضاد للحدث N أي $D=\overline{N}$ **ومنه** $p(D)=p(\overline{N})=1-p(N)=1-0.3=0.7$

**تمرين3:** يحتوي صندوق غير كاشف على أقراص مرقمة :

قرصان منهم يحملان الرقم 1 و ثلاث أقراص منهم يحملون الرقم 2 و سبعة أقراص تحمل الرقم 4

نسحب عشوائيا من الصندوق <u>قرصا واحدا</u>

1. حدد $card\,(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب قرص يحمل الرقم 1 "A " سحب قرص يحمل الرقم 3 " B " سحب قرص يحمل رقم زوجي "C

" سحب رقم أصغر من أو يساوي 2 "D " سحب قرص لا يحمل الرقم 1 "E

**الجواب**:1) $card\,(\Omega)=12$ وهو ببساطة عدد الكرات في الصندوق

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}=\frac{0}{12}=0$ $p(A)=\frac{CardA}{Card\Omega}=\frac{2}{12}=\frac{1}{6}$ $p(C)=\frac{CardC}{Card\Omega}=\frac{10}{12}=\frac{5}{6}$ $p(D)=\frac{CardD}{Card\Omega}=\frac{5}{12}$

E هو الحدث المضاد للحدث A أي $E=\overline{A}$ **ومنه** $p(E)=p(\overline{A})=1-p(A)=1-\frac{1}{6}=\frac{5}{6}$

**تمرين4 :**

1. أحسب : $4!$ و $5!$ و $7!$
2. أحسب : $C_4^2$ و $C_5^2$ و $C_7^4$ و $C_{12}^3$
3. أحسب : $A_4^2$ و $A_5^3$ و $A_7^4$
4. أحسب و بسط : $\frac{10!\times5!}{6!\times8!}$ و $\frac{A_6^3\times A_{10}^4}{A_{10}^5}$

**الجواب:1)**

$4!=4\times3\times2\times1=24$ و $5!=5\times4\times3\times2\times1=120$

$7!=7\times6\times5\times4\times3\times2\times1=5040$

2) $C_4^2=\frac{4!}{2!(4-2)!}=\frac{4!}{2!2!}=\frac{4\times3\times2!}{2!2!}=\frac{4\times3}{2!}=6$ $C_5^2=\frac{5!}{2!(5-2)!}=\frac{5!}{2!3!}=\frac{5\times4\times3!}{2!3!}=\frac{5\times4}{2!}=10$

$C_7^4=\frac{7!}{4!(7-4)!}=\frac{7!}{4!3!}=\frac{7\times6\times5\times4!}{4!3!}=\frac{7\times6\times5}{3!}=35$ $C_{12}^3=\frac{12!}{3!(12-3)!}=\frac{12!}{9!3!}=\frac{12\times11\times10\times9!}{9!3!}=\frac{12\times11\times10}{3!}=220$

3) $A_5^3=5\times4\times3=60$ $A_4^2=4\times3=12$ $A_7^4=7\times6\times5\times4=840$

**4)** $\frac{10!\times5!}{6!\times8!}=\frac{10\times9\times8!\times5!}{6\times5!\times8!}=\frac{10\times9}{6}=\frac{10\times3\times3}{3\times2}=\frac{10\times3}{2}=15$ و $\frac{A_6^3\times A_{10}^4}{A_{10}^5}=\frac{6\times5\times4\times10\times9\times8\times7}{10\times9\times8\times7\times6}=\frac{5\times4}{1}=20$

**<u>مثال2</u>: السحب تآنيا- التأليفات**

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء

نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق <u>في آن واحد</u>

1. حدد $card\,(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين "B " سحب كرتين حمراوين "R " سحب كرتين من نفس اللون "M

" سحب كرتين من لون مختلف "D

الأجوبة:1) $card\,(\Omega)=C_8^2=\frac{8!}{2!(8-2)!}=\frac{8!}{2!6!}=\frac{8\times7\times6!}{2!6!}=\frac{8\times7}{2!}=28$

Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}==\frac{C_3^2}{28}=\frac{3}{28}$ $\quad p(R)=\frac{CardR}{Card\Omega}==\frac{C_5^2}{28}=\frac{10}{28}$ $\quad C_5^2=\frac{5!}{2!(5-2)!}=\frac{5!}{2!3!}=\frac{5\times4\times3!}{2!3!}=\frac{5\times4}{2!}=10$

سحب كرتين من نفس اللون أي سحب كرتين بيضاوين أو كرتين حمراوين $p(M)=\frac{CardM}{Card\Omega}==\frac{C_3^2+C_5^2}{28}=\frac{3+10}{28}=\frac{13}{28}$

D هو الحدث المضاد للحدث M أي $D=\overline{M}$ **ومنه** $p(D)=p(\overline{M})=1-p(M)=1-\frac{13}{28}=\frac{15}{28}$

**تمرين5 :** يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 5 كرات حمراء و 3 كرات سوداء

نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الصندوق <u>في آن واحد</u>

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب ثلاث كرات بيضاء "B $\quad$ " سحب ثلاث كرات سوداء " N $\quad$ " سحب ثلاث كرات حمراء "R

" سحب ثلاث كرات من لون مختلف "D $\quad$ " سحب ثلاث كرات من نفس اللون "M

الجواب:1) $card(\Omega)=C_{12}^3$ ومنه $C_{12}^3=\frac{12!}{3!(12-3)!}=\frac{12!}{3!9!}=\frac{12\times11\times10\times9!}{3!9!}=\frac{12\times11\times10}{3!}=\frac{6\times2\times11\times10}{6}=220$

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}==\frac{C_4^3}{28}=\frac{4}{28}=\frac{2}{14}=\frac{1}{7}$ $\quad p(N)=\frac{CardN}{Card\Omega}==\frac{C_3^3}{28}=\frac{1}{28}$ $\quad p(R)=\frac{CardR}{Card\Omega}==\frac{C_5^3}{28}=\frac{10}{28}=\frac{5}{14}$

$C_5^3=\frac{5!}{3!(5-3)!}=\frac{5!}{2!3!}=\frac{5\times4\times3!}{2!3!}=\frac{5\times4}{2!}=10$

سحب 3 كرات من لون مختلف يعني سحب كرة واحدة حمراء وواحدة سوداء كرة واحدة بيضاء

$p(D)=\frac{CardD}{Card\Omega}==\frac{C_3^1\times C_4^1\times C_5^1}{28}=\frac{3\times4\times5}{220}=\frac{15}{55}=\frac{3}{11}$

M هو الحدث المضاد للحدث D أي $M=\overline{D}$ **ومنه** $p(M)=p(\overline{D})=1-p(D)=1-\frac{3}{11}=\frac{8}{28}=\frac{2}{7}$

**تمرين6 :** يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات حمراء و 3 كرات سوداء

نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الصندوق <u>في آن واحد</u>

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب ثلاث كرات بيضاء "B $\quad$ " سحب ثلاث كرات حمراء "R $\quad$ " سحب ثلاث كرات من لون مختلف "D

" سحب ثلاث كرات من نفس اللون "M $\quad$ " سحب كرة واحدة سوداء فقط "E $\quad$ " سحب كرتين حمراوين فقط "F

" سحب كرة بيضاء على الأقل "G

الأجوبة1) $card(\Omega)=C_{10}^3$

$C_{10}^3=\frac{10!}{3!(10-3)!}=\frac{10!}{3!7!}=\frac{10\times9\times8\times7!}{3!7!}=\frac{10\times9\times8}{6}=\frac{5\times2\times3\times3\times8}{6}=120$

2) $p(B)=\frac{CardB}{Card\Omega}==\frac{C_3^3}{120}=\frac{1}{120}$ لأننا نعلم ن : $C_n^n=1$

$p(R)=\frac{CardR}{Card\Omega}==\frac{C_4^3}{120}=\frac{4}{120}=\frac{1}{30}$ لأننا نعلم ن : $C_n^{n-1}=n$

سحب 3 كرات من لون مختلف يعني سحب كرة واحدة حمراء ورة واحدة سوداء واحدة بيضاء

$p(D)=\frac{CardD}{Card\Omega}==\frac{C_3^1\times C_4^1\times C_3^1}{120}=\frac{3\times4\times4}{120}=\frac{48}{120}=\frac{2}{5}$

M هو الحدث المضاد للحدث D أي $M=\overline{D}$ **ومنه** $p(M)=p(\overline{D})=1-p(D)=1-\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

سحب كرة واحدة سوداء فقط يعني كرة واحدة سوداء وكرتين غير سوداوين يعني مسحوبة من بين الألوان الأخرى

$$p(E)=\frac{CardE}{Card\Omega}==\frac{C_3^1\times C_7^2}{120}=\frac{3\times C_7^2}{120}$$

نحسب $C_7^2$ $\quad C_7^2=\frac{7!}{2!(7-2)!}=\frac{7!}{2!5!}=\frac{7\times6\times5!}{2!5!}=\frac{7\times6}{2!}=21$ **ومنه** $p(E)=\frac{3\times21}{120}=\frac{63}{120}=\frac{21}{40}$

سحب كرتين حمراوين فقط يعني سحب كرتين حمراوين وكرة ثالثة من بين الألوان الأخرى

$p(F)=\frac{CardF}{Card\,\Omega}==\frac{C_6^1\times C_4^2}{120}=\frac{6\times C_4^2}{120}=\frac{6\times6}{120}=\frac{36}{120}=\frac{3}{10}$ **لأن :** $C_4^2=\frac{4!}{2!(4-2)!}=\frac{4!}{2!2!}=\frac{4\times3\times2!}{2!2!}=\frac{4\times3}{2!}=6$

الحدث المضاد للحدث " سحب كرة بيضاء على الأقل "G

هو : " عدم سحب أي كرة بيضاء " $\overline{G}$ يعني سحب كرة من بين الألوان المتبقية

نحسب احتمال الحدث $\overline{G}$ اذن : $p(\overline{G})=\frac{C_7^3}{120}$ ونحسب $C_7^3$

$C_7^3=\frac{7!}{3!(7-3)!}=\frac{7!}{3!4!}=\frac{7\times6\times5\times4!}{3!4!}=\frac{7\times6\times5}{3\times2\times1}=35$ ومنه : $p(\overline{G})=\frac{35}{120}=\frac{7}{24}$

ونعلم: $p(G)+p(\overline{G})=1$ يعني : $p(G)=1-p(\overline{G})=1-\frac{7}{24}=\frac{17}{24}$

**تمرين7 :** يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرتين سوداوين مرقمتين 1 و 2

و يحتوي أيضا على 5 كرات صفراء مرقمة 1 و 2 و3 و4و5

1) نسحب عشوائيا كرة واحدة من الصندوق

أحسب احتمال الحدثين التاليين :

" سحب كرة صفراء "A سحب كرة تحمل رقما فرديا " B

2)نسحب عشوائيا كرتين من الصندوق <u>في آن واحد</u>

1. حدد $card\,(\Omega_2)$ حيث $\Omega_2$ هو فضاء الإمكانيات

2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين صفراوين "C " سحب كرتين من نفس اللون " M " الحصول على رقمين زوجيين "E

" سحب كرتين مختلفتين اللون "D

**الأجوبة:**1) $card\,(\Omega)=7$ و هو ببساطة عدد الكرات في الصندوق

1) $p(B)=\frac{CardB}{Card\,\Omega}=\frac{4}{7}$ $\quad p(A)=\frac{CardA}{Card\,\Omega}=\frac{5}{7}$

**2)** $card\,\Omega_2=C_7^2=\frac{7!}{2!(7-2)!}=\frac{7!}{2!5!}=\frac{7\times6\times5!}{2!5!}=21$ **ومنه** $p(C)=\frac{CardC}{Card\,\Omega_2}==\frac{C_5^2}{21}=\frac{10}{21}$

لأن $C_5^2=\frac{5!}{2!(5-2)!}=\frac{5!}{2!3!}=\frac{5\times4\times3!}{2!3!}=\frac{5\times4}{2!}=10$

$p(M)=\frac{CardM}{Card\,\Omega_2}=\frac{C_2^2+C_5^2}{21}=\frac{1+10}{21}=\frac{11}{21}$ $\quad p(E)=\frac{CardE}{Card\,\Omega_2}=\frac{C_3^2}{21}=\frac{3}{21}=\frac{1}{7}$

سحب 3 كرات من لون مختلف يعني سحب كرة واحدة حمراء وواحدة سوداء كرة واحدة بيضاء

$$p(D)=\frac{CardD}{Card\Omega}==\frac{C_3^1\times C_4^1\times C_5^1}{28}=\frac{3\times4\times5}{220}=\frac{15}{55}=\frac{3}{11}$$

M و D هما حدثين متضادين اذن : $p(D)+p(M)=1$ **ومنه** $p(D)=1-p(M)=1-\frac{11}{21}=\frac{21}{21}-\frac{11}{21}=\frac{10}{21}$

Talamidi.com تم تحميل هذا الملف من موقع

**مثال3:السحب بدون إحلال- الترتيبات بدون تكرار**

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين "B " سحب كرتين سوداوين " N

" سحب كرتين من نفس اللون "M " سحب كرتين من لون مختلف "D

**الجواب:**1) $card(\Omega) = A_7^2 = 7\times6 = 42$

2) $p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = = \frac{A_3^2}{42} = \frac{3\times2}{7\times6} = \frac{1}{7}$ $p(N) = \frac{CardN}{Card\Omega} = = \frac{A_4^2}{42} = \frac{4\times3}{7\times6} = \frac{2\times2\times3}{7\times6} = \frac{2}{7}$

$p(M) = \frac{CardM}{Card\Omega} = \frac{A_4^2 + A_3^2}{42} = \frac{4\times3+3\times2}{7\times6} = \frac{18}{7\times6} = \frac{3\times6}{7\times6} = \frac{3}{7}$

D هو الحدث المضاد للحدث M أي $D = \overline{M}$ **ومنه** $p(D) = p(\overline{M}) = 1 - p(M) = 1 - \frac{3}{7} = \frac{4}{7}$

**تمرين8:**يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 5 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب ثلاث كرات بيضاء "B " سحب ثلاث كرات سوداء" N

" سحب ثلاث كرات من نفس اللون "M " سحب ثلاث كرات من لون مختلف "D

الجواب:1) $card(\Omega) = A_9^3 = 9\times8\times7 = 504$

2) $p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = = \frac{A_4^3}{504} = \frac{4\times3\times2}{9\times8\times7} = \frac{4\times3\times2}{3\times3\times8\times7} = \frac{1}{3\times7} = \frac{1}{21}$ $p(N) = \frac{CardN}{Card\Omega} = = \frac{A_5^3}{42} = \frac{5\times4\times3}{9\times8\times7} = \frac{5\times4\times3}{3\times3\times4\times2\times7} = \frac{5}{3\times2\times7} = \frac{5}{42}$

$p(M) = \frac{CardM}{Card\Omega} = \frac{A_4^3 + A_5^3}{504} = \frac{4\times3\times2+5\times4\times3}{504} = \frac{24+60}{504} = \frac{84}{504} = \frac{1}{6}$

D هو الحدث المضاد للحدث M أي $D = \overline{M}$ **ومنه** $p(D) = p(\overline{M}) = 1 - p(M) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$

**مثال4 :السحب بإحلال- الترتيبات بتكرار:**

يحتوي صندوق غير كاشف على 3 كرات بيضاء و 4 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين "B " سحب كرتين سوداوين " N

" سحب كرتين من نفس اللون "M " سحب كرتين من لون مختلف "D

الجواب:1)

$card(\Omega) = = 7\times7 = 7^2 = 49$

2) $p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = = \frac{3\times3}{49} = \frac{9}{49}$ $p(N) = \frac{CardN}{Card\Omega} = = \frac{4\times4}{7\times7} = \frac{16}{49}$ $p(M) = \frac{CardM}{Card\Omega} = \frac{3\times3+4\times4}{7\times7} = \frac{25}{49}$

D هو الحدث المضاد للحدث M أي $D = \overline{M}$ **ومنه** $p(D) = p(\overline{M}) = 1 - p(M) = 1 - \frac{25}{49} = \frac{24}{49}$

**تمرين9:السحب بإحلال- الترتيبات بتكرار:**

يحتوي صندوق غير كاشف على 4 كرات بيضاء و 5 كرات سوداء نسحب عشوائيا بالتتابع وبإحلال كرتين من الصندوق :

1. حدد $card(\Omega)$ حيث $\Omega$ هو فضاء الإمكانيات
2. حدد احتمال الأحداث التالية :

" سحب كرتين بيضاوين "B " سحب كرتين سوداوين " N

" سحب كرتين من نفس اللون "M " سحب كرتين من لون مختلف "D

الجواب:1)

**1)** $card(\Omega) = = 9\times9 = 9^2 = 81$

2) $p(B) = \frac{CardB}{Card\Omega} = = \frac{4\times4}{81} = \frac{16}{81}$ $p(N) = \frac{CardN}{Card\Omega} = = \frac{5\times5}{81} = \frac{25}{81}$ $p(M) = \frac{CardM}{Card\Omega} = \frac{4\times4+5\times5}{81} = \frac{16+25}{81} = \frac{41}{81}$

D هو الحدث المضاد للحدث M أي $D = \overline{M}$ **ومنه** $p(D) = p(\overline{M}) = 1 - p(M) = 1 - \frac{41}{81} = \frac{40}{81}$