

**Exercice 1 :** Déterminer les fonctions primitives des fonctions suivantes :

$$a(x) = x^5 - 3x^4 + 3x^3 - 6x^2 + 8x - 1$$

$$b(x) = 15x^3(5x^4 - 3)^5 ; \quad c(x) = (3x - 2)^7 + 7$$

$$d(x) = (6x + 5)(3x^2 + 5x - 7)^3$$

$$e(x) = \frac{x-1}{(x^2-2x)^3} ; \quad f(x) = (x+2)\sqrt{x^2+4x+5}$$

**Exercice 2 :** Déterminer les fonctions primitives des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{2}{5}x\sqrt{x} ; \quad g(x) = \frac{1}{x^2\sqrt{x}}$$

**Exercice 3 :**

On considère la fonction  $g$  définie par

$$g(x) = \frac{x^3 + 2x^2 + x + 2}{(x+1)^2}$$

Déterminer les deux réels  $a$  et  $b$  tels que

$$g(x) = ax + \frac{b}{(x+1)^2}$$

Déterminer les fonctions primitives de la fonction  $g$

**Exercice 4 :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par:  $f(x) = \frac{x}{(x^2+1)^2}$

- Déterminer toutes les primitives de la fonction  $f$  sur  $\mathbb{R}$
- Déterminer la primitive  $F$  de la fonction  $f$  qui vérifie  $F(1) = 2$

**Exercice 5 :** Soit  $f$  la fonction définie sur  $] -1; 1[$  par

$$f(x) = \frac{x^2 + 1}{(x^2 - 1)^2}$$

- a. Déterminer deux réels  $a$  et  $b$  tels que

$$f(x) = \frac{ax}{(x^2-1)^2} - \frac{b}{(x-1)^2}$$

- b. En déduire toutes les primitives de  $f$  sur  $] -1; 1[$   
 c. Déterminer la primitive  $F$  de la fonction  $f$  qui vérifie  $F(0) = 1$

**Exercice 6 :**

On considère la fonction  $f$  définie par :

$$f(x) = x^2(x-1)^{2018}$$

1. Déterminer  $a, b$  et  $c$  tels que :

$$x^2 = a(x-1)^2 + b(x-1) + c$$

2. En déduire les fonctions primitives de  $f$

**Exercice 7 :**

Soit  $f$  la fonction définie sur  $I = ]0; +\infty[$  par :

$$f(x) = \frac{x^4 - x^3 + 2x^2 + 1}{x^2(x^2 + 1)^2}$$

- Montrer que  $f$  admet des fonctions primitives sur  $I$
- Déterminer deux réels  $a$  et  $b$  tels que pour tout  $x$  de  $I$

3. On a  $f(x) = \frac{ax}{(x^2+1)^2} + \frac{b}{x^2}$

- En déduire les fonctions primitives de  $f$  sur  $I$
- Déterminer la fonction primitive de  $f$  sur  $I$  qui prend la valeur  $\frac{5}{2}$  au point  $\frac{1}{2}$

**Exercice 8 :** Soit  $f$  la fonction définie sur  $\mathbb{R}$  par :

$$f(x) = |x| + |x-1|$$

Déterminer les fonctions primitives de  $f$  sur  $\mathbb{R}$

Déterminer la fonction primitive  $F$  de la fonction  $f$  telle que  $F(-1) = 1$

**Exercice 9 :** On considère la fonction  $f$  définie sur

$$I = ]0; +\infty[ \text{ par: } f(x) = x^2 + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

Déterminer la fonction primitive  $F$  de la fonction  $f$  sur  $I$ , telle que la courbe de  $F$  admet au point d'abscisse 1 une tangente qui passe par le point  $A(2; 3)$

**Exercice 10 :** Une entreprise fabrique  $k$  unités (en millier) d'un produit  $A$  tel que  $k \in [0; 15]$

Le cout marginal de ce produit est

$$C_m(k) = 3k^2 - 36k + 50 \text{ en dirhams}$$

1. Déterminer le cout total  $C(k)$  sachant que le cout fixe est  $C(0) = 200$  dh

On définit le cout moyen par  $C_M(k) = \frac{C(k)}{k}$  tel que  $k \in ]0; 15]$

2. Exprimer  $C_M(k)$  en fonction de  $k$  et montrer que

$$C'_M(k) = \frac{2(k-10)(k^2+k+10)}{k^2}$$

- Dresser le tableau de variation de  $C_M$
- Quel est le nombre d'unité qu'il faut produire pour que le cout moyen soit minimal
- Calculer le cout moyen minimal et le cout marginal associé