الثانية سلك باكالوريا
مسلك العلوم الاقتصادية
مسلك علوم التدبير المحاسباتي

الحســـــــــــاب التكـــــــــــاملي

التمرين الأول:

احسب التكاملات التالية:

$$A=\int_1^3 (3+x+x^2)dx \; ; \; B=\int_1^4 \left(x^3+\frac{8}{x^2}-\frac{6}{x}\right)dx \; ; \; C=\int_1^2 \frac{\sqrt{x}-2x}{x}dx \; ;$$

$$D=\int_1^2 x^2\left(x+3+\frac{5}{x}\right)dx \; ; \; E=\int_0^1 \left(2x-5\sqrt[3]{x}\right)dx \; ; \; F=\int_0^1 \frac{3}{2x+1}dx \; ; \; G=\int_{-2}^1 \frac{-2x+3}{x}dx$$

$$H=\int_{\frac{1}{2}}^{\frac{1}{3}} \left(\frac{3}{x^4}-\frac{1}{x^5}\right)dx \; ;$$

$$I=\int_2^3 \frac{2x}{(x-1)(x+2)}dx \; ; \; J=\int_0^1 \frac{x}{x^2+1}dx$$

$$O=\int_{\sqrt{2}}^3 \frac{x+3}{x+7}dx \; ; \; P=\int_2^3 \frac{3x+4}{x+3}dx$$

$$Q=\int_4^5 \frac{x^2}{\left(x^3+1\right)^2}dx \; ; \; R=\int_0^1 \frac{x^2-1}{\left(x^3-3x+5\right)^3} \quad dx$$

التمرين الثاني:

احسب التكاملات الآتية:

$$V=\int_0^{\ln 2} e^x\sqrt{e^x-1}dx \; ; \; W=\int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} \frac{1}{x\ln(x)}dx$$

$$Y=\int_0^{\frac{\pi}{3}} tg(x)dx \; ; \; Z=\int_{-3}^2 \frac{1}{x^2+x}dx$$

$$M=\int_4^5 \left(x+2+\frac{5}{x-2}\right)dx \; ; \; N=\int_1^2 \frac{e^{\frac{1}{x}-5}}{3x^2}dx$$

$$P=\int_0^{\ln(2)} \frac{2+e^x}{1+e^x}dx \; ; \; Q=\int_{-1}^2 \left(x-\frac{1}{2}\right)^2 dx$$

التمرين الثالث:

1.احسب التكاملات الآتية:
$a=\int_{1}^{3}|x-2|\,dx$; $b=\int_{-1}^{1}|e^{x}-1|dx$ $c=\int_{-1}^{3}|3x^{2}-6x|dx$

$$d=\int_{\frac{\pi}{4}}^{3\frac{\pi}{4}}|\sin(2x)|dx$$

2. احسب التكامل التالي: $e=\int_{-1}^{2}f(x)dx$ علما أن:
$$\begin{cases} f(x)=x+\dfrac{1}{x} & .x\succ 0 \\ f(x)=x^{2}+5 & .x\le 0 \end{cases}$$

التمرين الرابع:

حدد القيمة المتوسطة للدالة f على المجال I في كل حالة من الحالات التالية:

.1 $f_{1}(x)=\dfrac{1}{\sqrt{x}}$ $I=[2,4]$ **.2** $f_{2}(x)=\dfrac{1}{x+2}$ $I=[-1,e-2]$

3 . $f_{3}(x)=\cos(3x)$ $I=\left[\dfrac{\pi}{3},\dfrac{\pi}{2}\right]$ **.4** $f_{4}(x)=e^{-x}$ $I=[-\ln 2,0]$

التمرين الخامس:

1.باستعمال المكاملة بالأجزاء احسب التكاملات التالية

$$A=\int_{0}^{e-1}\ln(x+1)\,dx \quad ;B=\int_{1}^{2}\left(\frac{1}{x}+x\right)\ln(x)dx$$

$$C=\int_{1}^{e}\left(1-\frac{1}{x^{2}}\right)\ln(x)dx \quad ;D=\int_{0}^{\pi}x\cos(2x)dx$$

$$E=\int_{0}^{3}\frac{x}{\sqrt{x+1}}dx \quad ;F=\int_{0}^{\ln 3}\frac{e^{2x}}{(1+e^{x})^{2}}dx$$

$$G=\int_{\sqrt{3}}^{2\sqrt{2}}\frac{x\ln(x)}{\sqrt{x^{2}+1}}dx \quad ;H=\int_{0}^{e}te^{t}dt$$

$$I=\int_{1}^{3}(x^{2}-2x)\ln(x)dx \; ;J=\int_{0}^{1}\ln(x^{2}+1)dx$$

$$K=\int_{1}^{2}x2^{x}dx \quad ;L=\int_{0}^{9}x\log(x+1)dx$$

تابع

2 . احسب التكاملات التالية

$$a=\int_{2}^{3}\frac{1}{x\left(x^{2}-1\right)}dx$$

$$b=\int_{2}^{3}\frac{2x}{\left(x^{2}-1\right)^{2}}dx$$

$$c=\int_{2}^{3}\frac{x\ln(x)}{\left(x^{2}-1\right)^{2}}dx$$

$$d=\int_{1}^{2}\frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}dx$$

التمرين السادس:

احسب مساحة الحيز المحصور بين منحنى الدالة f والدالة g والمستقيمين $x=a$ و $x=b$ في كل حالة من الحالات الآتية:

1. $f(x)=\frac{1}{x}$ و $g(x)=2x+1$ مع $a=1$ و $b=e$.
2. $f(x)=\sqrt{x}$ و $g(x)=e^{x}$ مع $a=1$ و $b=4$.
3. $f(x)=e^{-2x}$ و $g(x)=e^{x}$ مع $a=0$ و $b=\ln 2$.

التمرين السابع:

f دالة عددية معرفة بما يلي: $f(x)=x-2$ احسب حجم المجسم المولد بدوران المنحنى (C_f) على المجال $[2,5]$.

التمرين الثامن:

1. **بين أن :** $\frac{\cos(x)}{1-\sin(x)}+\frac{\cos(x)}{1+\sin(x)}=\frac{2}{\cos(x)}$; $\forall x\in\left[0;\frac{\pi}{6}\right]$
2. **بين أن :** $\int_{0}^{\frac{\pi}{6}}\frac{2}{\cos(x)}dx=\ln(3)$
3. **استنتج القيمة المتوسطة للدالة** $g(x)=\frac{2}{\cos(x)}$ **على المجال** $\left[0,\frac{\pi}{6}\right]$.

التمرين التاسع:

1. احسب التكامل التالي: $I=\int_0^3 \sqrt{x+1}dx$.
2. ا – احسب مشتقة الدالة $f(x)=\frac{2}{15}(3x^2+x-2)\sqrt{x+1}dx$.
ب – استنتج قيمة التكامل: $J=\int_0^3 x\sqrt{x+1}dx$.
3. احسب التكامل $K=\int_0^3 \frac{x}{\sqrt{x+1}}dx$
4. احسب التكامل: $I=\int_0^2 f(x)dx$ حيث $\begin{cases} f(x)=2-x & ;0\le x\prec 1 \\ f(x)=\frac{1}{x} & ;x\ge 1 \end{cases}$

التمرين العاشر:

نضع $I=\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}$; $J=\int_0^1 \frac{x^2}{\sqrt{x^2+2}}dx$; $K=\int_0^1 \sqrt{x^2+2}xdx$ ولتكن f الدالة المعرفة على $[0,1]$ بما يلي: $f(x)=\ln\left(x+\sqrt{x^2+2}\right)$.

1. احسب $f'(x)$.
2. استنتج قيمة التكامل I.
3. ا- بدون حساب I و J و K تحقق أن $J+2I=K$.
ب- باستعمال المكاملة بالأجزاء بين أن $K=\sqrt{3}-J$.
ج- استنتج قيمة التكامليين I و k.

التمرين الحادي عشر:

1. حدد a و b و c من $\mathbb{R}$ بحيث : $\frac{1}{x(x^2-1)}=\frac{a}{x}+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{x-1}$

2. استنتج دالة أصلية للدالة f على المجال $]1,+\infty[$ حيث $f(x)=\frac{1}{x(x^2-1)}$.

3. احسب التكاملات التالية:

$$a=\int_2^3 \frac{1}{x(x^2-1)}dx$$

$$b=\int_2^3 \frac{2x}{(x^2-1)^2}dx$$

$$c=\int_2^3 \frac{x\ln(x)}{(x^2-1)^2}dx$$

$$d=\int_1^2 \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}dx$$