

الثانية سلك باكالوريا
مسلك العلوم الاقتصادية
مسلك علوم التدبير المحاسباتي

الدوال اللوغاريتمية

التمرين الأول:

1. علما أن $\ln(2) = 0.7$ و $\ln(3) = 1.3$ حدد قيمة مقربة لكل من:

$$Y = \ln(8) + \ln(\sqrt[3]{e}) - \ln(16). \quad X = \ln(36) + \ln(\sqrt{54}) - \ln\left(\frac{81}{64}\right).$$

$$Z = \ln(\sqrt{3}) - \ln(9) + \ln(6).$$

2. بسط ما يلي:

$$B = \ln(\sqrt{e}) - 3\ln(e^2) + \ln(2e) + \ln\left(\frac{1}{e}\right). \quad A = \ln(\sqrt{3}+1)^{2010} + \ln(\sqrt{3}-1)^{2010}$$

$$C = \ln(\sqrt[3]{e}) + 2\ln\left(\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{e}}\right) - \ln\left(\frac{e}{2}\right).$$

التمرين الثاني:

• حدد مجموعة تعريف الدوال التالية:

$$f_4(x) = \ln(1-|x|) \cdot f_3(x) = \ln\left|\frac{x-1}{x+1}\right| \cdot f_2(x) = \ln(x-1)^2 \cdot f_1(x) = (\ln(x)-2)\sqrt{x}$$

$$f_8(x) = \sqrt{\ln(\sqrt{\ln(x)})} \cdot f_7(x) = \sqrt{\frac{x}{\ln(x)-1}} \cdot f_6(x) = \ln\left(\frac{(x+1)^2}{x^2+1}\right) \cdot f_5(x) = \ln(-2x)$$

$$f_9(x) = \frac{\ln(2x-1)}{\ln(x+7)}$$

التمرين الثالث: ✚

حل في \mathbb{R} المعادلات والمترجمات آلائية:

$$\ln^2|x| - 2\ln|x| = 0 \quad \bullet \quad \ln(\sqrt{1-x}) = \frac{1}{2}\ln(3) \quad \bullet \quad \ln(x) = -2 \quad \ln(x) = 3.$$

$$\ln x^2 = 4 \quad \bullet \quad \ln(x+1) + 1 = \ln(x^2 + 2x - 3) \quad \bullet \quad \ln|x+4| + \ln|x-2| = \ln(7)$$

$$\ln(2x-3) + \ln(x-4) = 2\ln(2) + \ln(3) \quad \bullet \quad (\ln(x))^4 - 10(\ln(x))^2 + 9 = 0$$

$$\ln|\sin(x)| + \ln|\tan(x)| - \ln|\cos(x)|$$

$$\ln\left(\frac{x+7}{x+1}\right) = \ln(x+3)$$

$$\sqrt{\frac{\ln(x)}{\ln(x)-1}} > 1$$

التمرين الرابع: ✚

• حل في \mathbb{R}^2 النظمات التالية:

$$\begin{cases} 2\ln(x) + \ln(y) = \ln\left(\frac{x}{y}\right) \\ \ln(x) + 2\ln(y) = 0 \end{cases}$$

و

$$\begin{cases} 2\ln(x) + 3\ln(y) = -2 \\ 3\ln(x) + 5\ln(y) = -4 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \ln x^3 - \ln y^2 = -4 \\ \ln x + \ln y^4 = 1 \end{cases}$$

و

$$\begin{cases} \ln(x-y) = 0 \\ x+y = 3 \end{cases}$$

• التمرين الخامس: حدد النهايات التالية:

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln(x) + \frac{3}{x} \quad \bullet \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x+3)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x \ln\left(\frac{1}{x} + 1\right) \quad \bullet \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln(x^2 + 4x)}{x}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x(\ln(x) + 1)^2 \quad \bullet \quad \lim_{x \rightarrow 0^-} -2x + (1 + \ln(x))^2$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} x + \ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) + \ln(2)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{3}(\ln(x))^3 + (x-1)\ln(x)$$

التمرين السادس:

$$\begin{cases} f(x) = x - \frac{2x}{\ln(x)} & .x \neq 0 \\ f(0) = 0 \end{cases}$$

• دالة معرفة بما يلي:

1. حدد حيز تعريف الدالة f .
2. 1- بين أن f متصل في الصفر.
ب- ادرس قابلية اشتقاق f في 0 وأعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصلة.
3. 1- احسب النهايات عند المحدات.
ب- ادرس الفروع اللانهائية للمنحنى (C_f) .
4. ادرس تغيرات الدالة f .
5. 1- حدد نقطة انعطاف المنحنى (C_f) .
ب- أنشئ مماس المنحنى (C_f) في هذه النقطة
6. ارسم المنحنى $(e^2 = 7,4)$.

التمرين السابع:

I - دالة عددية بحيث:

$$h(x) = 2 - \ln(x) + x$$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} h(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} h(x)$

(2) احسب مشتقة الدالة $h(x)$ $\forall x \in \mathbb{R}_+^*$

(3) أعط جدول تغيرات الدالة h .

(4) تحقق أن: $\forall x \in \mathbb{R}^+ \quad h(x) \geq 3$.

II. دالة معرفة بما يلي:

$$f(x) = \sqrt{x} + \frac{\ln(x)}{\sqrt{x}}$$

(1) حدد مجموعة تعريف الدالة f .

(2) 1- احسب $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$

ب- حدد الفروع اللانهائية للمنحنى.

(3) 1- تحقق أن $f'(x) = \frac{h(x)}{2x\sqrt{x}}$ $\forall x \in D_f$

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f .

التمرين الثامن:

$$g(x) = \frac{x^2}{\ln(x)} \quad x > 0$$

g دالة عددية ذات المتغير الحقيقي x والمعرفة بما يلي:

$$g(0) = 0 \quad \text{و}$$

- (1) حدد مجموعة التعريف
- (2) تحقق أن g متصلة على اليمين في الصفر.
- (3) احسب نهايات g عند محددات g .
- (4) ادرس قابلية اشتقاق g على يمين 0 .

$$g'(x) = \frac{x(-1+2\ln(x))}{(\ln(x))^2} \quad \text{أ- بين انه لكل } x \text{ من }]0,1[\cup]1,+\infty[\text{ لدينا :}$$

- ب- أعط جدول تغيرات الدالة g .
- (6) ارسم (C_g) منحنى الدالة g في $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$.

التمرين التاسع:

$$f(x) = 2x - \ln \left[\frac{(x+1)^2}{x^2+1} \right]. \quad \text{دالة بحيث :}$$

- (1) أ- بين أن $D_f =]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$. ب- احسب النهايات عند المحدات.
- (2) أ- بين انه : $\forall x \in D_f \quad f(x) = 2x + \ln(x^2+1) - 2\ln|x+1|$ ب- تحقق أن : $f'(x) = \frac{2x(x^2+x+2)}{(x+1)(x^2+1)}$ ج- أعط جدول التغيرات.
- (3) أ- بين أن المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y = 2x$ مقارب مائل بجوار $+\infty$ و $-\infty$. ب- حل في \mathbb{R} المعادلة $f(x) - 2x = 0$: واستنتج تقاطع (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$.
- (4) أنشئ المنحنى محددًا للنقط ذات الافاصيل -2 و 1 و (نأخذ $\ln 5 = 1,6$ و $\ln 2 = 0,7$ و $\ln 3 = 1,1$).

التمرين العاشر:

$$f(x) = \frac{x + \ln|x-1|}{x-1}. \quad \text{دالة معرفة من } \mathbb{R} \text{ نحو } \mathbb{R} \text{ بما يلي :}$$

- (1) حدد D_f . 2- بين أن $I(1,1)$ مركز تماثل المنحنى (C) تم نضع $D_E =]1, +\infty[$.
- (3) 1- احسب $f'(x)$ على D_E واستنتج أن f تزايدية على $[1, 2]$ وتناقصية على $[2, +\infty[$. ب- حدد جدول تغيرات الدالة f . 4- حدد احداثي نقطه انعطاف على D_E .
- ب- حدد احداثي نقطه تقاطع (C) والمستقيم $y = 1$ على مجال الدراسة D_E .
- ج- أنشئ (C) على D_E ومماسه في $x_0 = 1 + \sqrt{e}$. نأخذ $\frac{1}{e} = 0,3$ و $\sqrt{e} = 1,6$.