

يسمع باستخدام آلة حاسبة غير قابلة للبرمجة
يتكون الموضوع من ثلاث تمارين:
* يتعلق التمرين الأول بحل معادلات
* يتعلق التمرين الثاني بدراسة متتالية عددية
* يتعلق التمرين الثالث بدراسة وتمثيل دالة باستخدام دالة مساعدة.

تمرين (1): (4 ن)

1- أ. بين أن لكل x من \mathbb{R} : $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = (x+2)(x-1)(x-3)$ 0,5

ب. حل في \mathbb{R} المعادلة: $x^3 - 2x^2 - 5x + 6 = 0$ 0,75

2- أ. حل في \mathbb{R} المعادلة: $\ln^3 x - 2\ln^2 x - 5\ln x + 6 = 0$ 1,5

ب. حل في \mathbb{R} المعادلة: $e^{2x}(e^x - 2) = 5e^x - 6$ 1,25

تمرين (2): (5,5 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي: $u_0 = 3$ وكل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} = \frac{5u_n - 4}{u_n + 1}$

1- أ. بين أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n > 2$ 0,5

ب. بين أن لكل n من \mathbb{N} : $u_{n+1} - u_n = -\frac{(u_n - 2)^2}{u_n + 1}$ ، استنتج رتبة المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$. 0,75

ج. بين أن المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ متقاربة. 0,5

2) نضع لكل n من \mathbb{N} : $v_n = \frac{1}{u_n - 2}$

أ. بين أن لكل n من \mathbb{N} : $v_{n+1} - v_n = \frac{1}{3}$. ما هي طبيعة المتتالية $(v_n)_{n \geq 0}$? 1,25

ب. بين أن لكل n من \mathbb{N} : $v_n = \frac{n+3}{3}$ ، استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} v_n$. 0,75

ج. تحقق أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n = 2 + \frac{1}{v_n}$ ، واستنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$. 0,5

د. بين أن لكل n من \mathbb{N} : $u_n = \frac{2n+9}{n+3}$. 0,75

3) احسب نهاية المتتالية $(w_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بما يلي: $w_n = e^{-v_n} + \ln(u_n)$. 0,5

تمرين (3) (10,5 ن)

(I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R}_+^* بما يلي : $g(x) = 2x - 1 - \ln x$

أ - بين أن لكل x من \mathbb{R}_+^* : $g'(x) = \frac{2x-1}{x}$ 0,5

ب - استنتج أن الدالة g تزايدية على $[\frac{1}{2}; +\infty[$ وتناقصية على $]0; \frac{1}{2}[$ 1

ج - تحقق أن : $g(\frac{1}{2}) = \ln 2$ واستنتج أن : $g(x) > 0 \quad (\forall x \in \mathbb{R}_+^*)$ 1

(II) لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $]0; +\infty[$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 2 - x \ln x ; x > 0 \\ f(0) = -2 \end{cases}$$

وليكّن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد منظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

أ - بين أن الدالة f متحولة على اليمين في الصفر . 0,5

ب - بين أن الدالة f غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 0 ثم ادر هندسيا هذه النتيجة . 1

أ - تحقق أن لكل x من \mathbb{R}_+^* : $f(x) = x^2(1 - \frac{2}{x^2} - \frac{\ln x}{x})$ ثم احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 0,75

ب - بين أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجيميا في اتجاه محور الأرتيب بجوار $+\infty$. 0,75

أ - بين أن لكل x من \mathbb{R}_+^* : $f'(x) = g(x)$ واستنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على \mathbb{R}_+^* 1

ب - اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 1 . 0,5

أ - ادرس تقعر المنحنى (C) محددآ أفصول نقطة انعطافه . 0,5

ب - بين أن المنحنى (C) يقطع محور الأفايل في نقطة وحيدة أفصولها $1,7 \leq x \leq 1,8$. 0,5

ج - أنشئ المستقيم (T) والمنحنى (C) مبرزا نصف المماس للمنحنى (C) في النقطة $A(0, -2)$. 1,5

د - بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده واحسب $f^{-1}(-1)$. 1