تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

التمرين الأول : (5ن)

نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=1$ ولكل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1}=\frac{5u_n}{3u_n+5}$

1) أ- بين بالترجع أن : $0<u_n\leq 1$ لكل n من $\mathbb{N}$ | 1

ب- ادرس رتابة المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ واستنتج أنها متقاربة | 1

2) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n=\frac{5}{u_n}$

أ- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$ $v_{n+1}-v_n=3$ واستنتج طبيعة المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ | 1

ب- اكتب v_n بدلالة n واستنتج أن $u_n=\frac{5}{3u_n+5}$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ | 1

ج- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $\frac{5}{u_0}+\frac{5}{u_1}+\dots\dots+\frac{5}{u_n}=\frac{(n+1)(3n+10)}{2}$ | 1

التمرين الثاني : (5ن)

1) احسب التكاملات التالية : | 4x0,75

$$I=\int_1^4\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)dx\ ;\ J=\int_{-1}^{0}(2x+3)(x^2+3x+1)^{2009}dx\ ;\ K=\int_0^1\frac{x}{x^2+1}dx\ ;\ L=\int_1^2(2x+1)e^{x^2+x}dx$$

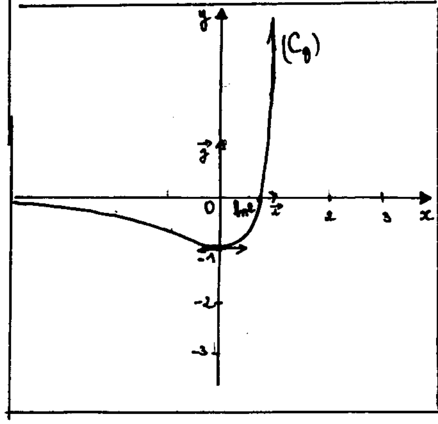
2) أ- تحقق أن لكل x من $\mathbb{R}-\{-1\}$ لدينا : $\frac{x^2}{x+1}=x-1+\frac{1}{x+1}.$ | 0,25

ب- استنتج أن : $\int_0^1\frac{x^2}{x+1}dx=\ln2-\frac{1}{2}$ | 0,75

ج- باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن : $\int_0^1 x\ln(x+1)dx=\frac{1}{4}$ | 1

مسألة : (10ن)

I - لتكن g دالة عددية معرفة على $\mathbb{R}$ و (C_g) تمثيلها المبياني في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الشكل جانبه)



1) احسب : $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}g(x)$; $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{g(x)}{x}$ | 0,75

2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحتين : $g'(x)\leq 0$; $g(x)>0$ | 1

3) نفترض أن : $g(x)=ae^{2x}+be^{x}+c$ بحيث a و b و c أعداد حقيقية.

أ- تحقق أن : $\lim\limits_{x\to-\infty}g(x)=c$ واستنتج (من السؤال (1)) أن : $c=0$. | 0,5

ب- باستعمال النقطتين $A(0,-1)$ و $B(\ln2,0)$ (من المنحنى (C_g))، بين أن $a=1$ و $b=-2$ واستنتج تعبيراً لـ $g(x)$. | 0,75

4)- أ- بين أن : $\int_0^{\ln2}(e^{2x}-2e^{x})dx=-\frac{1}{2}$ | 0,75

ب- استنتج مساحة الحيز المحصور بين المنحنى (C_g) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتهما على التوالي $x=0$; $x=\ln2$ | 0,25

II - لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي : $f(x)=\ln(e^{2x}-2e^{x})$

وليكن $(\mathscr{C})$ منحناها الممثل في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$

1- أ- بين أن الدالة f معرفة على المجال $I=]\ln2,+\infty[$. | 0,5

ب- احسب $\lim\limits_{\substack{x\to\ln2\\x>\ln2}}f(x)$ وأول مبيانيا النتيجة . | 1

2- أ- تحقق أن لكل x من I : $e^{2x}-2e^{x}=e^{2x}\left(1-\frac{2}{e^x}\right)$ واستنتج أن :

$f(x)=2x+\ln\left(1-\frac{2}{e^x}\right)$ $(\forall x\in I)$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ | 1

ب- بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته : $y=2x$ مقارب مائل للمنحنى $(\mathscr{C})$ بجوار $+\infty$ | 0,5

3- أ- بين أن : $f'(x)=\frac{e^x-1}{e^x-2}$ $(\forall x\in I)$ | 0,5

ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على I ثم ضع جدول تغيرات f على I | 0,75

ج- احسب $f(0,8)$ و $f(0,9)$ واستنتج أن المنحنى $(\mathscr{C})$ يقطع محور الأفاصيل في نقطة أفصولها α بحيث : $0,8<\alpha<0,9$. | 0,75

د- ارسم منحنى الدالة f (نأخذ $\|\vec{i}\|=2cm$ و $\|\vec{j}\|=2cm$.) | 1