

الصفحة
1
2

GA.331958

مدة الإجازة
ساعات

المطلوب:
4

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي



hisse
Groupe scolaire

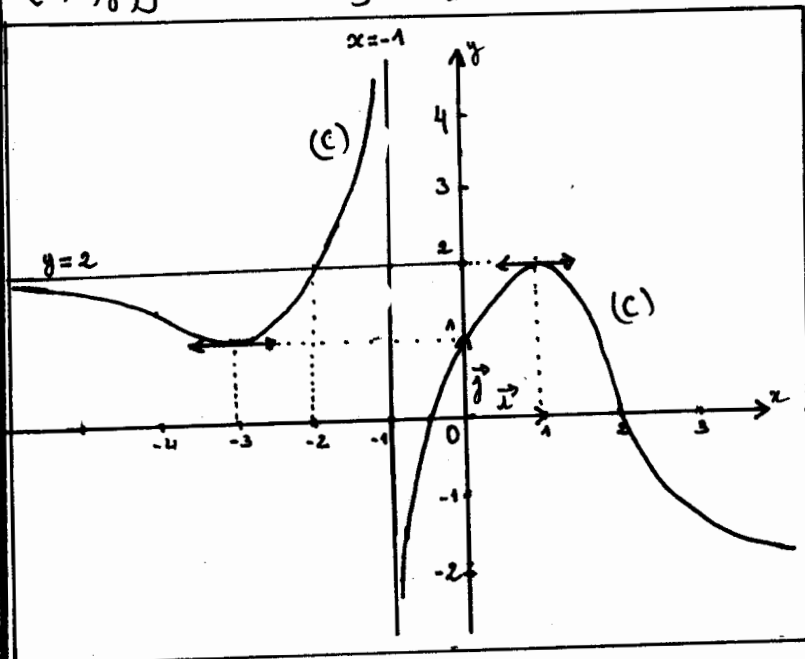
امتحان تجريبي (دورة فبراير 2010)

المادة : الرياضيات
الشعب (ة) : العلوم الاقتصادية

(يسمع باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التعريف الأول (4,5)

g دالة عددية للمتغير الحقيقية x و (c) تعنيها البياني في معلم متعامد معنظم $(0, x, y)$
أجب عن الأسئلة التالية انطلاقاً من البياني جانبياً.



1- أ- حدد D مجموعة تعريف الدالة g . 0,5

ب- احسب النهايات التالية :

$$\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} g(x) ; \lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} g(x) ; \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{g(x)}{x} ; \lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$$

2- أ- حل في D المعادلتين التاليتين :

$$g'(x) = 0 \text{ و } g(x) = 0$$

ب- حل في D المتراجعات التالية :

$$g'(x) \leq 0 \text{ و } g(x) > 2 \text{ و } g(x) < 0$$

التعريف الثاني (5,5)

لنك $(u_n)_{n \geq 0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = \frac{4}{3}$ و $(\forall n \in \mathbb{N}) u_{n+1} = \frac{3u_n}{u_n + 1}$

1- أ- بين بالترجع أن $1 < u_n < 2$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ 1

ب- بين أن المتتالية (u_n) تزايدية واستنتج أن $\frac{4}{3} \leq u_n$ $(\forall n \in \mathbb{N})$ 0,75

2- نعتبر المتتالية (v_n) المعرفة بما يلي : $(\forall n \in \mathbb{N}) v_n = \frac{u_n}{2 - u_n}$ 1,25

أ- بين أن المتتالية (v_n) هندسية ثم اكتب v_n بدلالة n .

ب- بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) u_n = \frac{4 \times 3^n}{2 \times 3^n + 1}$ 1

ج- احسب نهاية المتتالية (u_n) . 0,5

3- أ- ليكن m من \mathbb{N} ، تحقق أن : $2 - u_n = \frac{2}{2 \times 3^n + 1}$ واستنتج أن : $10^{-3} - (2 - u_m) = \frac{2 \times 3^m - 1999}{1000(2 \times 3^m + 1)}$ 0,5

ب- حدد أصغر عدد صحيح طبيعي m بحيث : $2 - u_n < 10^{-3}$ 0,5

الصفحة
2/2

امتحان تجريبي
(دورة فبراير 2010)
الموضوع

GA: 331958

المادة: الرياضيات
الشعب (ة): العلوم الاقتصادية

مسألة (10 ن)

(I) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $I =]0; +\infty[$ بما يلي: $f(x) = x + (1-2x)\ln x$ و (C) هو المنحنى الممثل للدالة f في معلم متناهد منظم $(0, x, f)$ (الوحدة 2cm)

1 (1) بين أن $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = -\infty$; أول مبيانيا هذه النتيجة .

1 (2) بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و أن المنحنى (C) يقبل (بجوار $+\infty$) فرعا تجميعيا في اتجاه محور الأرتيب .

1 (3) أ- بين أن $f'(x) = \frac{1-x}{x} - 2\ln x$ ($\forall x \in I$) ثم احسب $f'(1)$.

1 ب- ادرس إشارة $\frac{1-x}{x}$ و $-2\ln x$ على المجال I .

1 ج- استنتج أن الدالة f تزايدية على $]0; 1[$ و تناقصية على $[1; +\infty[$.

1 (4) أ- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلين α و β بحيث $\frac{1}{2} < \alpha < \frac{1}{3}$ و $1,8 < \beta < 2$.

0,5 ب- ادرس إشارة الجداء $(1-2x)\ln x$.

0,5 ج- استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C) والمستقيم (Δ) الذي معادلتي $y = x$.

1 د- أنشئ المنحنى (C) والمستقيم (Δ) .

(II) لنكف $(u_n)_{n \geq 0}$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = \frac{3}{4} \\ u_{n+1} = f(u_n) \quad (n \in \mathbb{N}) \end{cases}$$

0,75 1- بين أن : $\frac{1}{2} < u_n < 1$ ($\forall n \in \mathbb{N}$) .

0,75 2- أثبت أن المتتالية (u_n) تناقصية واستنتج أنها متقاربة .

0,5 3- احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.