**Exercice 01 : 4,5 points**

Soit la suite Un définie par : $U_0 = 2 \ \ et \ U_{n+1} = \frac{3u_n+2}{2u_n+3}$ $\forall n \in IN$

1) a-Calculer $U_1$ et $U_2$.

b-Montrer que pour tout $n$ de $IN$ : $U_{n+1} - 1 = \frac{u_n-1}{2u_n+3}$ *puis* montrer par Récurrence que pour tout $n$ de $IN$ : $U_n > 1$.

c-Montrer que pour tout $n$ de $IN$ : $U_{n+1} - U_n = 2\left(\frac{1-{u_n}^2}{2u_n+3}\right)$

d- En déduire que $U_n$ est une suite décroissante et qu'elle est convergente.

2) On suppose que : $V_n = \frac{u_n-1}{u_n+1}$ $\forall n \in IN$

a. Vérifier que pour tout $n$ de $IN$ $V_n \neq 1$

b. Calculer $V_0$.

c. Montrer que $V_{n+1} = \frac{3u_n+5}{2(u_n+1)}$ et en déduire que $V_n$ une suite géométrique.

d. Calculer $V_n$ en fonction de $n$.

3) a- Montrer que $U_n = \frac{1+V_n}{1-V_n}$

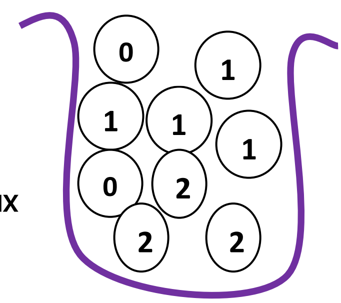
b- En déduire que $U_n = \frac{1+\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^n}{1-\frac{1}{3}\cdot\left(\frac{1}{5}\right)^n}$ *pour tout n de IN*

c- Calculer la limite de $u_n$ en $+\infty$.

**Exercice 02 : 4,5 points**

Un sac contient neuf boules indiscernables au toucher portant respectivement les numéros :

0 ; 0 ; 1; 1; 1; 1; 2 ; 2 ; 2




On tire simultanément au hasard deux boules du sac

1) Montrer que le nombre de cas possibles est 36

2) Soit X la variable aléatoire qui correspond à la somme des deux nombres portés par les deux boules tirées

a-Montrer que

b-Copier et compléter le tableau ci-contre en justifiant les réponses

c-Calculer l'espérance mathématique E($X$) de la variable $X$

| $x_i$ | 0 | 1 | 2 | 4 |
|---|---|---|---|---|
| $p(X = x_i)$ | | | | |

**Exercice 03 : 1 ,5 points**

On pose : $I = \int_0^1 \frac{x}{x^2+1}\,dx$ et $J = \int_0^1 \frac{x^3}{x^2+1}\,dx$

1) Calculer $I$ puis Calculer $I + J$
2) En déduire que $J = \frac{1}{2}(1 - ln2)$

**Exercice 04 : 1 0 points**

On considère la fonction numérique $f$ de la variable réelle $x$ définie sur $IR^*$ par :

$$f(x) = \left(\frac{x-1}{x}\right)e^x$$

1) a-Calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

b-Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

c-Montrer que $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ et $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.

2) a- Montrer que pour tout $x$ *de* $IR^*$: $f'(x) = \frac{(x^2-x+1)}{x^2}e^x$

b- Montrer que : $f'(x) > 0$ pour tout $x$ *de* $IR^*$.

c- En le sens de variation de $f$ sur $]-\infty, 0[$ et sur $]0, +\infty[$.

d- Calculer $f(1)$ puis dresser le tableau de variation sur $f$.

3) Dans la figure ci- dessous(Cf ) est la courbe représentative de f dans le repère(o,i,j)

a-Donner l'équation de la tangente à au point d'abscisse 1 .

b- Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = 2$

c- Déterminer graphiquement le nombre de solutions de l'équation : $f(x) = -2$