

Exercice 01 : 4,5 points

Soit la suite U_n définie par :

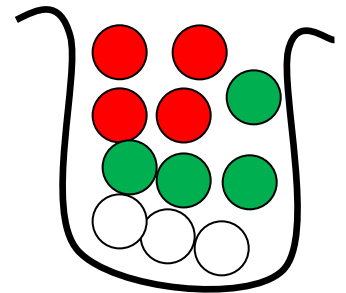
$$U_0 = 0 \text{ et } U_{n+1} = \frac{u_n - 1}{u_n + 3} \quad \forall n \in \mathbb{N}$$

- 1) Calculer U_1 et U_2 .
- 2) a- Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $U_{n+1} + 1 = \frac{2(u_n + 1)}{u_n + 3}$
 b- montrer par Récurrence que pour tout n de \mathbb{N} : $U_n > -1$.
- 3) Montrer que pour tout n de \mathbb{N} : $U_{n+1} - U_n = -\frac{(u_n + 1)^2}{u_n + 3}$
 d- En déduire que U_n est une suite décroissante et qu'elle est convergente.

- 4) On suppose que : $V_n = \frac{u_n + 2}{u_n + 1} \quad \forall n \in \mathbb{N}$
 - a. Montrer que $V_{n+1} = \frac{3u_n + 5}{2(u_n + 1)}$ et en déduire que V_n une suite arithmétique de raison $r = \frac{1}{2}$
 - b. Calculer V_0 puis déterminer V_n en fonction de n
- 5) a- Montrer que $U_n = \frac{-V_n + 2}{V_n - 1}$ puis En déduire que $U_n = \frac{-n}{n+2}$ pour tout n de \mathbb{N}
 - c. Calculer la limite de u_n en $+\infty$.

Exercice 02 : 4,5 points

Un sac contient 11 boules indiscernables au toucher : 4 boules rouges, 3 boules blanches et 4 boules vertes. On tire simultanément au hasard trois boules du sac



- 1) On considère les événements suivants :
 A: «les trois boules tirées sont de la même couleur»
 B «tirer une seule boule de chaque couleur »
 C: «les trois boules tirées sont de deux couleurs différentes»
 - a. Montrer que $p(A) = \frac{3}{55}$.
 - b. Calculer $p(B)$ et en déduire que $p(C) = \frac{36}{55}$.

2) soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de boules blanches tirées

Copier et remplir le tableau ci contre en justifiant les réponses

x_i	0	1	2	3
$p(X = x_i)$		$\frac{84}{165}$		

Exercice 03 : 11 points

On considère la fonction définie sur \mathbb{R} par $f(x) = e^{2x} - 4e^x + 3$

- 1) Vérifier que pour tout x de \mathbb{R} : $f(x) = e^x(e^x - 4) + 3$
- 2) a- Calculer $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu .
b- Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interprétation géométrique au résultat obtenu.
- 3) a- Montrer que pour tout x de \mathbb{R} : $f'(x) = 2e^x(e^x - 2)$
b- Étudier le signe de $f'(x)$ puis dresser le tableau de variations sur \mathbb{R} de f .
- 4) Vérifier que $\forall x \in \mathbb{R}$: $f(x) = (e^x - 1)(e^x - 3)$ puis déterminer les deux points d'intersection de la courbe C_f avec l'axe des abscisses.
- 5) a- Montrer que pour tout x de \mathbb{R} : $f''(x) = 4e^x(e^x - 1)$
b- Étudier le signe de $f''(x)$ sur \mathbb{R} puis en déduire que le point $O(0,0)$ est un point d'inflexion pour (C_f) .
- 6) Déterminer l'équation de la tangente à au point (T) à (C_f) au point O.
- 7) a- Déterminer le point d'intersection de avec la droite (D)

b- Calculer l'aire de la partie hachurée

