

الصفحة	NS 26	الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا - الدورة العادية 2016 - الموضوع
2 / 1		- مادة: الرياضيات - مسلك العلوم الاقتصادية ومسلك علوم التدبير المحاسباتي

Exercice 01 : 4,5 points

Soit la suite U_n définie par :

$$U_0 = 0 \text{ et } U_{n+1} = \frac{2}{5}u_n + 1$$

- 1) Calculer U_1 et U_2 .
- 2) Montrer par récurrence pour tout n de \mathbb{N} : $U_n < \frac{5}{3}$.
- 3) a-Montrer que $U_{n+1} - U_n = -\frac{3}{5}\left(U_n - \frac{5}{3}\right)$
b-Montrer que $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ est une suite croissante et qu'elle est convergente.
- 4) On suppose que : $V_n = U_n - \frac{5}{3} \quad \forall n \in \mathbb{N}$
 - a- Calculer V_0
 - b-Montrer que V_n est une suite géométrique de raison $\frac{2}{5}$.
 - c- Calculer V_n en fonction de n et en déduire que $U_n = -\frac{5}{3}\left(\frac{2}{5}\right)^n + \frac{5}{3}$
 - d- Calculer la limite u_n en $+\infty$.

Exercice 02 : 4,5 points

Un sac contient 7 boules indiscernables au toucher : 3 boules rouges, 2 boules blanches et 2 boules vertes. On tire simultanément au hasard deux boules du sac

- 1) On considère les événements suivants :

A : «les deux boules tirées sont de la même couleur»

B «parmi les deux boules tirées, il y a une au moins qui est de couleur rouge»

a-Montrer que $p(A) = \frac{5}{21}$.

b-Calculer la probabilité de B .

c-Montrer que $p(A \cap B) = \frac{1}{7}$

d-Est-ce que les événements A et B sont indépendants ?justifier.

- 2) Soit X la variable aléatoire qui est égale au nombre de boules rouges tirées

a-Copier et remplir le tableau ci-contre en justifiant les réponses

b-calculer $E(X)$ l'espérance mathématique de la variable X .

x_i	0	1	2
$p(X = x_i)$			

Exercice 03 : 11 points

Partie I :

On considère la fonction numérique g de la variable réelle x définie sur

$$]0, +\infty[\text{ par : } g(x) = 1 - \frac{1}{x^2} + \ln x$$

1) a-Montrer que $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ b-calculer $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ x > 0}} g(x) = -\infty$

2) a-Vérifier que pour tout x de $]0, +\infty[: g'(x) = \frac{1}{x} + \frac{2}{x^3}$

b-Etudier le signe de $g'(x)$ sur $]0, +\infty[$

c-calculer $g(1)$ puis dresser le tableau de variation de g sur $]0, +\infty[$.

b-En déduire que $g(x) \leq 0$ sur $]0, 1]$ et que $g(x) \geq 0$ sur $[1, +\infty[$

Partie II :

On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x} + x \ln x$.

1) a-Montrer que $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ et interpréter géométriquement le résultat

b-Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis donner une interpréter géométriquement le résultat.

2) a- Montrer que : $f'(x) = g(x)$ pour tout x de $]0, +\infty[$.

b-calculer $f(1)$ puis dresser le tableau de variations de f

3) Soit $F(x) = -\frac{x^2}{4} + \left(\frac{x^2}{2} + 1\right) \ln x$

Montrer que F est une primitive de f sur $]0, +\infty[$

4) dans la figure ci-dessous, est la courbe de et est la droite d'équation :

$$y = \frac{x}{2}.$$

- Calculer l'aire de la partie hachurée

