مراقبة مستمرة (3) - 2014 ماي 13	السنة 2 علوم اقتصادية مدة الانجاز: ساعتان	Nisse

تمرين (1): (5 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي: $\begin{cases} u_0 = 2 \\ u_{n+1} = \frac{4+3u_n}{5+2u_n} \end{cases}$ $(n \in \mathbb{N})$

1) أ- تحقق أن كل n من $\mathbb{N}$ $\quad u_{n+1} - 1 = \frac{u_n - 1}{5+2u_n}$ — 0,5

ب- برهن بالترجع أن كل n من $\mathbb{N}$: $u_n > 1$ — 0,5

ج- أثبت أن كل n من $\mathbb{N}$: $u_{n+1} - u_n = \frac{2(1-u_n)(u_n+2)}{5+2u_n}$ — 0,5

د- ادرس رتابة المتتالية (u_n) ثم استنتج أنها متقاربة. — 0,5

2) نضع كل n من $\mathbb{N}$ $\quad v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 2}$

أ- بين أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية أساسها $\frac{1}{7}$ محدداً حدها الأول. — 1

ب- احسب v_n بدلالة n واستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n$ — 0,5

ج- بين أن كل n من $\mathbb{N}$: $u_n = \frac{1+2v_n}{1-v_n}$ ثم احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ — 1

تمرين (2): (5,5 ن)

يحتوي صندوق على أربع كرات خضراء مرقمة 0؛ 0؛ 2؛ 2 وثلاث كرات حمراء مرقمة 0؛ 1؛ 1. (لا يمكن التمييز بين هذه الكرات باللمس)

1) نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق. نعتبر الحدثين: A "الكرتان المسحوبتان لهما نفس اللون"

B "الكرتان المسحوبتان تحملان نفس الرقم"

أ- احسب $p(A)$ و $p(B)$ — 1

ب- بين أن احتمال تحقق الحدث A و B هو $\frac{1}{7}$ — 0,5

ج- علما أن الكرتين المسحوبتين لهما نفس اللون، ما هو احتمال أن تكونا حاملتين لنفس الرقم؟ — 0,5

2) نسحب الآن عشوائيا تآنيا ثلاث كرات من الصندوق، ونعتبر X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل الرقم 2.

أ- حدد القيم التي يأخذها X. — 0,5

ب- بين أن: $p(X=2) = \frac{1}{7}$ — 0,5

ج- حدد قانون احتمال X وتحقق أن أمله الرياضي هو $\frac{6}{7}$. — 1,5

تمرين (3): (9,5 ن)

لتكن f الدالة المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي: $f(x) = x+1 - \frac{1}{x} + \ln x$

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)$ وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها. — 1

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$ — 1

ج- بين أن المنحنى (C_f) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ بجوار $+\infty$. — 0,5

2) أ- احسب $f'(x)$ واستنتج أن f تزايدية قطعا على I. — 1,5

ب- اكتب معادلة المماس لـ (C_f) في النقطة ذات الأفصول 1. — 0,5

ج- بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]\frac{1}{2},1[$ — 1

د- أنشئ المستقيم (Δ) والمنحنى (C). — 1

3) أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن: $\int_1^e \ln x\,dx = 1$ — 1

ب- احسب التكامل $\int_1^e \left(1 - \frac{1}{x}\right) dx$ — 1

ج- استنتج مساحة الجزء المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتهما $x=1$ و $x=e$. — 1