Groupe Nisse scolaire

مراقبة مستمرة (2) — الأسدس II - ماي 2019

السنة 2. علوم اقتصادية — مدة الإنجاز: ساعتان

تمرين (1) (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي: $\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1+u_n^2} \end{cases}$ $(n\geq 0)$

1) أ- احسب u_1 و u_2. — 0,5

ب- بين أن لكل n من $\mathbb{N}$: $u_n > 0$ — 0,5

ج- بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ تناقصية واستنتج أن: $(\forall n\in\mathbb{N}) \; 0 < u_n \leq 1$ — 1

2) أ- بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ متقاربة. — 0,25

ب- برهن أن: $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ — 0,75

تمرين (2) (7 ن)

يحتوي صندوق على 4 كرات بيضاء وكرتين سوداوين وكرة واحدة حمراء، (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس). نسحب تآنيا 3 كرات من الصندوق ونعتبر الأحداث التالية: A "الكرات المسحوبة مختلفة الألوان مثنى مثنى"

B "من بين الكرات المسحوبة، توجد الكرة الحمراء".

C "الحصول على الأقل مرة واحدة على كرة بيضاء"

1) احسب احتمالات الأحداث A و B و C. — 3

2) بين أن احتمال الحدث $B\cap C$ هو: $\frac{14}{35}$ — 1

3) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد ألوان الكرات الثلاث المسحوبة.

أ- بين أن القيم الممكنة لـ X هي 1 أو 2 أو 3. — 0,75

ب- بين أن: $p(X=2) = \frac{23}{35}$ — 1

ج- ضع جدول قانون احتمال X ثم احسب أمله الرياضي. — 1,25

تمرين (3) (10 ن)

نعتبر الدالة g المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بما يلي: $g(x) = 1 - x + \ln x$

I) 1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to 0^+} g(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ (علل أجوبتك) — 0,75

ب- بين أن لكل x من $\mathbb{R}_+^*$: $g'(x) = \frac{1-x}{x}$ — 0,25

2) ضع جدول تغيرات g ثم استنتج أن: $(\forall x\in\mathbb{R}_+^*) \; g(x) \leq 0$ — 1

II) لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}_+$ بما يلي: $\begin{cases} f(0) = 2 \\ f(x) = x^2 - 2x\ln x - 2 \; ; (x>0) \end{cases}$

ولتكن (C) منحناها الممثل في معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) أ- بين أن الدالة f متصلة على اليمين في 0. — 0,5

ب- ادرس قابلية اشتقاق f على اليمين في 0 ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها. — 0,75

ج- بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x} = +\infty$ ثم أول هندسيا النتيجة الأخيرة. — 1,25

2) أ- بين أن لكل x من $\mathbb{R}_+^*$: $f'(x) = -2g(x)$ ثم ادرس رتابة الدالة f. — 1

ب- بين أن المعادلة $f(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]2,7 ; 2,8[$ — 0,5

ج- أنشئ المنحنى (C) مبرزا المماس في النقطة $A(1,-1)$ — 1

3) أ- احسب التكامل: $I = \int_1^2 (x^2-2)\,dx$ — 1

ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن: $\int_1^2 x\ln x\,dx = 2\ln 2 - \frac{3}{4}$. — 1

ج- احسب مساحة الجزء المحصور بين أن المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتهما: $x=1$; $x=2$. — 1