

تعريف (1): (6 ن)

نعتبر المتتالية العددية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي  $u_0 = 5$  ولكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} = \frac{4u_n - 9}{u_n - 2}$

أ- بين أن كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} - 3 = \frac{u_n - 3}{u_n - 2}$  0,5

ب- برهن أن كل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_n > 3$  1

ج- بين أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_{n+1} - u_n = \frac{(u_n - 3)^2}{2 - u_n}$  0,75

د- استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة. 0,75

ع- نضع لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $v_n = \frac{1}{u_n - 3}$

أ- بين أن المتتالية  $(v_n)$  حسابية أساسها 1 وحدها الأول  $v_0$ . 1

ب- أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$ . 0,5

ج- بين أن لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$  :  $u_n = 3 + \frac{1}{v_n}$  واستنتج أن  $u_n = \frac{6n+5}{2n+1}$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n$ . 1,5

تعريف (2): (6,5 ن)

① احسب التكاملات التالية :  $I = \int_0^2 \frac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}} dx$  ;  $J = \int_0^1 x e^{x^2+1} dx$  ;  $K = \int_0^1 (x-1)^{2014} dx$  3

② تعبّر التكاملين :

$$A = \int_0^6 \frac{x^2+2x}{x+3} dx \quad \text{و} \quad G = \int_0^6 (x+1) \ln(x+3) dx$$

أ- بين أن لكل  $x$  من  $[0; 6]$  :  $\frac{x^2+2x}{x+3} = x-1 + \frac{3}{x+3}$  0,5

ب- استنتج أن  $A = 12 + 3 \ln 3$  1,5

ع- باستخدام مكاملة بالأجزاء، بين أن :  $G = 42 \ln 3 - \frac{1}{2} A$  ثم استنتج قيمة التكامل  $G$  1,5

تعريف (3): (7,5 ن)

لنكن  $f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي :  $f(x) = (x-1)e^x + 2$  و  $(c)$  منحناها الممثل

في معلم متعامد منظم  $(\vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ .

أ- بين أن :  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 2$  وأول هتدسيا هذه النتيجة 1

ب- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$  ثم استنتج الفرع اللانهائي المنحني  $(c)$  بجوار  $+\infty$ . 1

ع- بين أن لكل  $x$  من  $\mathbb{R}$  :  $f'(x) = x e^x$  ثم نرسم جدول تغيرات  $f$  على  $\mathbb{R}$ . 2

ب- أنشئ المنحني  $(c)$  احسب  $(f(1))$  1

③ أ- بين أن الدالة  $F: x \mapsto (x-2)e^x + 2x$  أصلية للدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$ . 1

ب- احسب مساحة الجيز المحصور بين المنحني  $(c)$  ومحور الأناجيل والمستقيمات  $x=0$  و  $x=1$ . 1,5