Exercice 1 :

Soit (u_n) la suite définie par : $u_0 = 5$ *et* $\forall n \in \mathbb{N} ; u_{n+1} = \sqrt{10 u_n}$

Pour tout n de $\mathbb{N}$, on pose $v_n = \ln(u_n) - \ln(10)$

1. Montrer que (v_n) est une suite géométrique
2. Exprimer v_n puis u_n en fonction de n .Déterminer la, limite de (u_n).
3. On pose : $P_n = \ln\left(\frac{1}{10^{n+1}} \prod_{k=0}^{k=n} u_k\right)$. Exprimer P_n en fonction de n et calculer sa limite.

Exercice 2 :

Calculer les limites suivantes :

$$\lim_{x \to +\infty} \left[\frac{\ln(x-1)}{\sqrt{x}}\right] \quad ; \quad \lim_{x \to 0} \left[\frac{\ln(1-x-x^2)}{x}\right] \quad ; \quad \lim_{x \to +\infty} \left[x - \ln(x+x^2)\right]$$

Exercice 3 :

I. Soit h la fonction définie sur $]0;+\infty[$ par $h(x) = x^2 - 1 - 2\ln(x)$

Dresser le tableau de variation de h puis en déduire son signe sur $]0:+\infty[$

II. On considère la fonction f définie sur $]0;+\infty[$ par $f(x) = x - 4 + \frac{3 + 2\ln x}{x}$

Et soit (C) , sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O;\vec{i};\vec{j})$

1. Calculer les limites suivantes : $\lim_{x \to +\infty} f(x)$ et $\lim_{x \to 0^+} f(x)$
2. Montrer que la droite (Δ) d'équation : $y = x - 4$, est une asymptote à la courbe (Cf) au voisinage de $(+\infty)$
3. Exprimer $f'(x)$ en fonction de $h(x)$ puis dresser le tableau de variation de f
4. Montrer que $f''(x) = \frac{4\ln x}{x^3}$. Puis, étudier la convexité de la courbe (Cf)
5. Tracer la courbe (Cf) dans le repère $(O;\vec{i};\vec{j})$
6. Soit g la restriction de f sur l'intervalle $I =]0;1[$
   a. Montrer que g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J qu'il faut déterminer.
   b. Tracer la courbe représentative de g^{-1} dans le même repère $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Exercice 4 :

Une société vent une quantité $Q_1(p)$ d'un produit, au prix de $p\,DH$ l'unité .tel que $Q_1(p) = \frac{3}{10}p + 1$

La quantité $Q_2(p)$ que le client peut acheter est définie par : $Q_2(p) = -\frac{2}{5}p + 5 + \ln(2p+6)$

On pose $Q = Q_1 - Q_2$

1. Montrer que Q est strictement croissante sur $[1;22]$
2. Montrer que l'équation $Q(p) = 0$ a une unique solution p_0 dans l'intervalle $[1;22]$
3. Que représente la quantité $q_0 = Q_2(p_0)$