تمرين (1) (6,5 ن)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+4x-5}{x^2-1} \ ; (x\neq 1) \\ f(1)=3 \end{cases}$$

1) أ- بين أن لكل x من $\mathbb{R}^+-\{1\}$: $f(x)=\dfrac{x+5}{x+1}$ واستنتج أن f متصلة في 1 . — 1

ب- بين أن لكل x من $\mathbb{R}^+-\{1\}$: $\dfrac{f(x)-f(1)}{x-1}=\dfrac{-2}{x+1}$ — 0,5

ج- ادرس قابلية اشتقاق f في 1 واعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها. — 1

2) أ- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها. — 1

ب- بين أن لكل x من $\mathbb{R}^+$: $f'(x)=\dfrac{-4}{(x+1)^2}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f على $\mathbb{R}^+$ — 1

ج- بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده. — 1

د- حدد $f^{-1}(x)$ لكل x من J . — 1

تمرين (2) (7 ن).

نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي: $g(x)=x-1-\dfrac{1}{\sqrt{x}}$

1) أ- احسب $\lim\limits_{x\to0^+} g(x)$ وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها — 1

ب- احسب $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ وبين أن المستقيم الذي معادلته $y=x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C_g) بجوار $+\infty$. — 1,5

2) أ- بين أن لكل x من $]0,+\infty[$: $g'(x)=1+\dfrac{1}{2x\sqrt{x}}$ واستنتج أن g تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$ — 1,5

ب- ضع جدول تغيرات الدالة g على $]0,+\infty[$ وحدد صورة المجال $[1,2]$ بالدالة g . — 1

ج- بين أن المعادلة : $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]1,2[$ — 1

د- ضع جدول إشارة الدالة g على $]0,+\infty[$. — 1

تمرين (3) (6,5 ن)

لتكن h الدالة العددية المعرفة بما يلي: $h(x)=x\sqrt{x+3}$

1) أ- حدد D_h (مجموعة تعريف h) واحسب $h(-3)$. — 0,75

ب- احسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{h(x)}{x}$ (علل أجوبتك) — 0,5

ج- بين أن لكل x من $]-3,+\infty[$: $\dfrac{h(x)-h(-3)}{x+3}=\dfrac{x}{\sqrt{x+3}}$ — 0,5

د- ادرس قابلية اشتقاق h على اليمين في -3 وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها. — 0,75

2) أ- بين أن لكل x من $]-3,+\infty[$: $h'(x)=\dfrac{3(x+2)}{2\sqrt{x+3}}$. احسب $h'(-2)$ وأول هندسيا النتيجة المحصل عليها. — 1,5

ب- بين أن f تناقصية على $]-3,-2]$ وتزايدية على $[-2,+\infty[$ ثم ضع جدول تغيراتها على D_h — 1,5

ج- استنتج أن : $x\sqrt{x+3}+2\geq 0$ $\left(\forall x\in[-3,+\infty[\right)$ — 0,5

د- اكتب معادلة المماس (T) للمنحنى (C_g) في النقطة التي أفصولها 1 . — 0,5