Groupe scolaire nisse	مراقبة مستمرة (3) مادة الرياضيات مدة الإنجاز: ساعتان	السنة الثانية من سلك البكالوريا شعبة العلوم الاقتصادية (يناير 2010)

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة الغير قابلة للبرمجة

التمرين الأول: (6 ن)

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\geq 0}$ المعرفة بما يلي:

$$\begin{cases} u_0 = 1 \\ u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2 \quad (n\in\mathbb{N}) \end{cases}$$

1) أ - برهن أن: $1 \leq u_n < 3 \quad (\forall n\in\mathbb{N})$ — 1 ن

ب - بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 0}$ تزايدية واستنتج أنها متقاربة. — 0,5 ن

2) نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = u_n - 3$

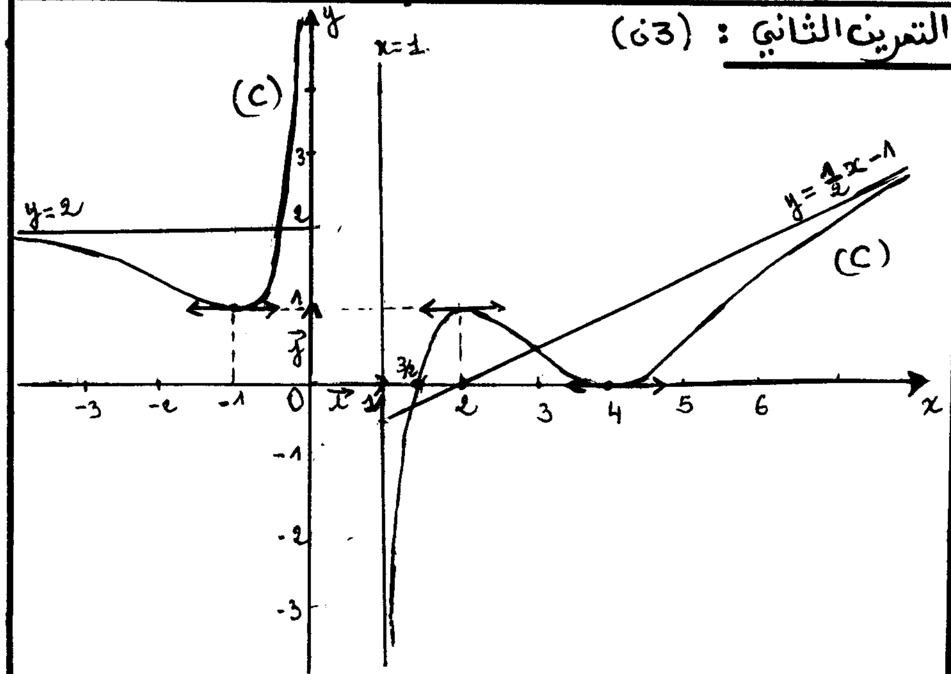
أ - بين أن المتتالية $(v_n)_{n\geq 0}$ هندسية أساسها $\frac{1}{3}$. — 1 ن

ب - اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج أن: $u_n = 3 - 2\times\left(\frac{1}{3}\right)^n \quad (\forall n\in\mathbb{N})$ — 0,5 ن

احسب نهاية المتتالية (u_n) (علل جوابك.) — 0,5 ن

ج - حدد أصغر عدد صحيح طبيعي n بحيث: $3 - u_n < 2\times 10^{-6}$ — 0,5 ن

التمرين الثاني: (3 ن)



المنحنى (C) هو تمثيل مبياني (في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$) لدالة عددية f لمتغير حقيقي x.

1) أ - حدد D مجموعة تعريف الدالة f. — 0,5 ن

ب - احسب النهايات التالية: — 1,5 ن

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) \; ; \; \lim_{\substack{x\to 1\\ x>1}} f(x) \; ; \; \lim_{\substack{x\to 0\\ x<0}} f(x) \; ; \; \lim_{x\to-\infty} f(x)$$

$$\lim_{x\to+\infty} \left(f(x) - \frac{1}{2}x\right) \; ; \; \lim_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}$$

2) أ - حل المعادلة: $f(x) = 0$ ثم المتراجحة: $f(x) < 0 \quad (x\in D)$ — 0,5 ن

ب - حل المتراجحة: $f'(x) \leq 0 \quad (x\in D)$. — 0,5 ن

التمرين الثالث: (11 ن)

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}_+^*$ بما يلي: $g(x) = 2x - \ln x - 1$

1 - أ - تحقق أن $g'(x) = \frac{2x-1}{x} \quad (\forall x\in\mathbb{R}_+^*)$ — 0,5 ن

ب - ضع جدول تغيرات g وتحقق أن: $g\left(\frac{1}{2}\right) = \ln 2$ — 1,5 ن

ج - استنتج أن: $g(x) > 0 \quad (\forall x\in\mathbb{R}_+^*)$ — 1 ن

II - لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}^+$ ب:

$$\begin{cases} f(0) = 0 \\ f(x) = x^2 - x\ln(x) \; ; \; (x>0) \end{cases}$$

وليكن $(\mathscr{C})$ المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1 - أ - بين أن الدالة f متصلة على اليمين في 0. (علل جوابك) — 0,5 ن

ب - بين أن f غير قابلة للاشتقاق على اليمين في 0. أول مبيانيا هذه النتيجة — 1 ن

2 - أ - تحقق أن: $f(x) = x^2\left(1 - \frac{\ln x}{x}\right) \quad (\forall x\in\mathbb{R}_+^*)$ ثم استنتج $\lim_{x\to+\infty} f(x)$. — 1 ن

ب - ادرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$. — 1 ن

3 - أ - بين أن: $f'(x) = g(x) \quad (\forall x\in\mathbb{R}_+^*)$. — 1 ن

ب - ضع جدول تغيرات الدالة f (علل جوابك). — 1 ن

4 - أ - احسب $f''(x)$ لكل x من $\mathbb{R}_+^*$ واستنتج أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف I يتم تحديد احداثيتها. — 1 ن

ب - اكتب معادلة المماس (T) في النقطة ذات الأفصول 1. — 0,5 ن

5 - ارسم المنحنى $(\mathscr{C})$. — 1 ن