

التعريف الأول: (4 ن)

$$f(x) = \frac{\sqrt{x^2+x+1}-1}{x}; x \neq 0$$

$$f(0) = \frac{1}{2}$$

نعتبر الدالة f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي:

1 أ - بين أن: $f(x) = \frac{x+1}{x}$ ($\forall x \in \mathbb{R}^*$)

ب - ادرس اتصال الدالة f في 0.

2 أ - بين أن: $f(x) = \sqrt{1 + \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2}} - \frac{1}{x}$ ($\forall x \in \mathbb{R}^*_+$)

ب - استنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و أول هندسيا للتتابع المحصل عليها.

التعريف الثاني: (4 ن)

لكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R} - \{-2\}$ بما يلي: $f(x) = \frac{2x^4+x^3-x^2+2x-4}{x^2+x-2}; x \neq 1, x \neq -2$

$$f(1) = \frac{11}{3}$$

1 أ - تحقق أن لكل $x \in \mathbb{R}$: $2x^4+x^3-x^2+2x-4 = (x-1)(2x^3+3x^2+2x+4)$

ب - بين أن الدالة f متصلة في 1.

2 أ - احسب $\lim_{x \rightarrow -2^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -2^-} f(x)$ ثم أول هندسيا للتتابع المحصل عليها.

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ج - احسب $f(0)$ و $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{f(x)-f(0)}{x}$ ماذا يمكن أن نستنتج؟

التعريف الثالث: (5 ن)

نعتبر الدالة g المعرفة على $]-\infty, 0]$ بما يلي: $g(x) = 2x^3 - 3x^2 + 2x + 4$

1 أ - تحقق أن لكل x من $]-\infty, 0]$: $g'(x) = 2(3x^2 - 3x + 1)$

ب - بين أن لكل x من $]-\infty, 0]$: $3x^2 - 3x + 1 > 0$ واستنتج منحنى تباين g على $]-\infty, 0]$

2 أ - بين أن المعادلة $g(x) = 0$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $]-1, 0]$.

ب - فتح حدود إشارة الدالة g على $]-\infty, 0]$.

ج - حل في المجال $]-\infty, 0]$ المتراجحة: $2x(x^2+1) \leq 3x^2 - 4$

التعريف الرابع (5 ن)

$$h(x) = \frac{5x+1}{x+3}$$

لكن h الدالة المعرفة على المجال $I =]-3, +\infty[$ بما يلي:

1 أ - احسب $\lim_{x \rightarrow -3^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب - بين أن لكل x من I :

$$h'(x) = \frac{14}{(x+3)^2}$$

2 أ - بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية h^{-1} معرفة على مجال J يتم تحديده.

ب - احسب $h(11)$ و استنتج $h^{-1}(4)$.

ج - حدد $h^{-1}(3)$.

3 - حدد $h^{-1}(x)$ لكل x من المجال J .