

Exercice 1: (3pt) Calculer les limites suivantes en justifiant les résultats obtenus :

3×1pt $\lim_{x \rightarrow +\infty} (x^3 - 7x^2 - x - 11)$; $\lim_{x \rightarrow -\infty} (x^2 - 2)(1 - x)$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^4 + 2x + 1}{(x^2 - 2)(2x^2 + 1)}$

Exercice 2: (7,5pt)

Soit f la fonction définie par :

$$\begin{cases} f(x) = 2 + \sqrt{x^2 - x} & \text{si } x \geq 1 \\ f(x) = \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 3x + 2} & \text{si } x < 1 \end{cases}$$

- 2pt 1. Calculer les limites de la fonction f en $(-\infty)$ et en $(+\infty)$. justifier les résultats.
- 1pt 2. Montrer que f est continue en 1 .
- 1pt 3. Montrer que f n'est pas dérivable à droite de 1
- 1pt 4. Calculer $f'(x)$ pour tout x de $]1; +\infty[$
5. On considère la restriction g de la fonction f sur $] -\infty; 1[$
- 0,5pt a) Vérifier que : $\forall x \in] -\infty; 1[; g(x) = \frac{x-3}{x-2}$
- 1pt b) Montrer que la fonction g admet une fonction réciproque g^{-1} définie sur un intervalle J que l'on déterminera
- 1pt c) Donner une expression de $g^{-1}(x)$ en fonction de x

Exercice 3: (4pt)

Soit f une fonction continue sur les intervalles de son domaine de définition Df , dont le tableau de variation est le suivant :

0,5pt	1) Déterminer Df	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-3</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>0</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> <td>1</td> </tr> <tr> <td></td> <td colspan="2" style="text-align: center;">↘</td> <td style="text-align: center;">↗</td> <td colspan="2" style="text-align: center;">↗</td> </tr> <tr> <td></td> <td></td> <td></td> <td style="text-align: center;"> </td> <td style="text-align: center;">-</td> <td></td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-3	2	$+\infty$	f	0	-1	$+\infty$	1		↘		↗	↗						-	
x	$-\infty$		-3	2	$+\infty$																			
f	0		-1	$+\infty$	1																			
	↘		↗	↗																				
				-																				
1,5pt	2) Déterminer l'intervalle $f(I)$ dans chacun des cas suivants : a) $I =]-\infty; -3]$																							
	b) $I = [-3; 2[$ c) $I =]2; +\infty[$																							
1pt	3) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions α et β en précisant les intervalles auxquelles elles appartiennent																							
1pt	4) En déduire, en fonction de α et β , le tableau de signe de f																							

Exercice 4: (3,5pt)

Soit f la fonction définie par : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 6x - 1$

- 1pt 1. Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau de variation de f
- 1,5pt 2. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une seule solution α dans \mathbb{R} et que $0 < \alpha < 1$
- 1pt 3. Déterminer un encadrement de α d'amplitude 10^{-1} . justifier votre réponse

Exercice 5: (2pt)

Une entreprise, réalise pour la fabrication et la vente d'une quantité q d'objets, un bénéfice donné par : $B(q) = 2(20 - q)\sqrt{q} + 3$ avec $1 \leq q \leq 20$

- 1pt 1. Montrer que le bénéfice marginal est : $B'(q) = \frac{14 - 3q}{\sqrt{q} + 3}$
- 1pt 2. déterminer la quantité d'objets q_0 à produire pour que le bénéfice soit maximal.