Exercice 1 :

En utilisant la définition de la dérivée, étudier la dérivabilité de la fonction f en a dans les cas suivants:

1. $f(x)=2x^2-|x-1|+1$; $a=1$
2. $f(x)=\dfrac{x-3}{2x+1}$; $a=-1$
3. $\begin{cases} f(x)=2x^2-x & ;x<0 \\ f(x)=x\sqrt{x} & ;x\geq 0 \end{cases}$; $a=0$

Exercice 2 :

Donner une approximation affine à la fonction f au voisinage de a dans les cas suivants:

1. $f(x)=x^2-x+1$; $a=1$
2. $f(x)=\dfrac{2x-1}{x+3}$; $a=-2$
3. $f(x)=x^3-x^2-3x-11$; $a=3$

Exercice 3 :

Déterminer les dérivées de chacune des fonctions suivantes :

1. $f:x\mapsto\sqrt{x^2-1}$ sur $[2;+\infty[$.
2. $h:x\mapsto\left(\dfrac{1}{x}-2x\right)^3$ sur $\mathbb{R}^*$.

Exercice 4:

Déterminer la dérivée de la fonctions f dans les cas suivants :

$f(x)=3x^4-6x^2+12x-9$; $f(x)=x^4-\sqrt{6}x^3+2x$

$f(x)=\dfrac{x}{x^2-1}$; $f(x)=\dfrac{2x+1}{x-1}$; $f(x)=\left(x^2-2x\right)^3$

; $f(x)=\sqrt{3x^4+4x}$; $f(x)=\left(\sqrt{x}-\dfrac{1}{x}\right)^2$

Exercice 5 :

Etudier la dérivabilité de la fonction f , donner son ensemble de dérivabilité puis calculer sa dérivée f' :

$f(x)=\left(x^3-2x+2\right)^3$; $f(x)=\dfrac{1}{x^2+1}$;

$f(x)=\dfrac{1}{x\left(x^2+1\right)}$; $f(x)=\dfrac{\sqrt{x-1}}{x^2+1}$; $f(x)=\dfrac{1}{|x|+1}$

Exercice 6 :

Étudier les variations de la fonction f dans les cas suivants :

$f(x)=x^3-3x^2+3$; $f(x)=\dfrac{x-2}{x^2-1}$;

$f(x)=\sqrt{x^2-2x}$; $f(x)=x^2+|x|+2$;

Exercice 7 :

f est la fonction définie sur $Df=]-\infty;3[\cup]3;+\infty[$ par $f(x)=\dfrac{ax+b}{x-3}$ où a et b sont réels. On sait que la droite d'équation $y=4$ est asymptote à la courbe représentative de f en $+\infty$. De plus $f'(1)=\dfrac{1}{2}$.

1. Trouver les valeurs de a et b .
2. Étudier les limites aux bornes de Df .
3. Dresser le tableau de variations de f .

Exercice 8 :

On pose : $g(x)=2x^3+x-2$.

1. Etudier les variations de g.
2. Démontrer que l'équation $g(x)=0$ admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique α.

Déterminer une valeur approchée de α à 10^{-2} près.

3. Etudier le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x.

En déduire les variations de la fonction :

$f:x\mapsto\sqrt{x^4+(x-2)^2}$.

Exercice 9 :

Soit la fonction définie par : $f(x)=\dfrac{3x+1}{x^3-3x+3}$

1. Montrer que l'équation $x^3-3x+3=0$ admet une seule solution α sur $\mathbb{R}$, en donner une valeur approchée à 10^{-1} près et en déduire l'ensemble de définition Df de la fonction f .
2. Montrer que $f'(x)=-\dfrac{3\left(2x^3+x^2-4\right)}{\left(x^3-3x+3\right)^2}$. Montrer que l'équation $2x^3+x^2-4=0$ admet une seule solution β sur $\mathbb{R}$, en donner une valeur approchée à 10^{-1} près puis en déduire le signe de f' et les variations de f .
3. Déterminer les limites aux bornes de Df ainsi que les asymptotes à la courbe de f .

Exercice 10 :

Soit f la fonction définie par $f(x)=x+\sqrt{x-1}$

1. Montrer que f est dérivable sur $]1;+\infty[$ puis calculer $f'(x)$
2. Montrer que f admet une fonction réciproque f^{-1} définie sur un intervalle J que l'on précisera.
3. Calculer $f(2)$, montrer que f^{-1} est dérivable en 3, puis, calculer $\left(f^{-1}\right)'(3)$.
4. Calculer $f^{-1}(x)$ en fonction de x .

M. Said CHERIF : Professeur de Mathématique au Lycée Technique Maghreb Arabe OUJDA