تصحيح التمارين حول المجال الكهرساكن واطاقة الوضع الكهرساكنة .

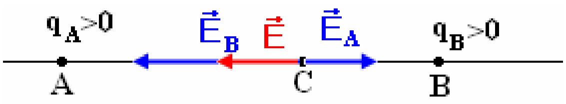
تمرين 3

1 ــ نمثل في النقطة C ، من المستقيم AB ، متجهة المجال الكهرساكن المحدث من طرف الشحنتين :

* الحالة الأولى أن C تنتمي إلى القطعة $[A,B]$

بما أن الشحنتين لهما نفس الإشارة إذن متجهة المجال $\vec{E}_A$ و $\vec{E}_B$ سيكونا نابذتين أي أن منحاهما متعاكسين أنظر الشكل وشدتهما هي :

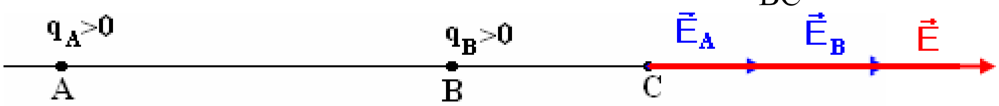
$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A}{AC^2}$ و $E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_B}{BC^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4q_A}{BC^2}$ وبالتالي : $E_B = \frac{4AC^2}{BC^2}E_A$



الحالة الثانية أن C توجد خارج القطعة $[A,B]$

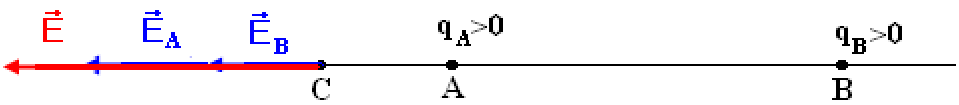
* على يمين B : بما أن الشحنتين لهما نفس الإشارة إذن متجهة المجال $\vec{E}_A$ و $\vec{E}_B$ سيكونا نابذتين أي لهما نفس المنحى .

وشدتهما هي كذلك $E_B = \frac{4AC^2}{BC^2}E_A$ وبما أن $AC > BC$ فإن $E_B > E_A$



* على يسار A : بما أن الشحنتين لهما نفس الإشارة إذن متجهة المجال $\vec{E}_A$ و $\vec{E}_B$ سيكونا نابذتين أي لهما نفس المنحى .

وشدتهما هي كذلك $E_B = \frac{4AC^2}{BC^2}E_A$ وبما أن $AC < BC$ فإن $E_B < E_A$



2 ــ تحديد الموضع C الذي تنعدم فيه متجهة المجال الكهرساكن .

بالنسبة لنقطة C خارج القطعة $[A,B]$ لا يمكن أن تنعدم متجهة المجال الكهرساكن ($\vec{E}_A$ و $\vec{E}_B$ لهما نفس المنحى)

يمكن أن تنعدم متجهة المجال في نقطة C تنتمي للقطعة $[A,B]$:

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

$$\vec{E} = \vec{0} \Leftrightarrow \vec{E}_A + \vec{E}_B = \vec{0}$$

بما أن منحاهما متعاكسان يمكن أن نكتب $E_A - E_B = 0 \Rightarrow E_A = E_B$

أي أن :

$$4AC^2 = BC^2$$

$$AB = AC + BC \Rightarrow BC = AB - AC$$

نعوض في المتساوية الأولى فنحصل على :

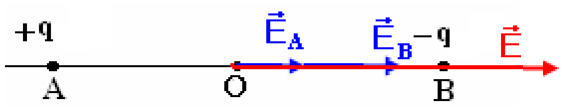
$$4AC^2 = (AB - AC)^2 \Rightarrow (3AC - AB)(AC + AB) = 0$$

$$AC = -AB et AC = \frac{AB}{3}$$

الحل المقبول هو $AC = \frac{AB}{3}$

تمرين 4

1 ـ مميزات المجال الكهرساكن في النقطة O منتصف AB :



$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{OA^2} , E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{OB^2}$$

$$OA = OB = a$$

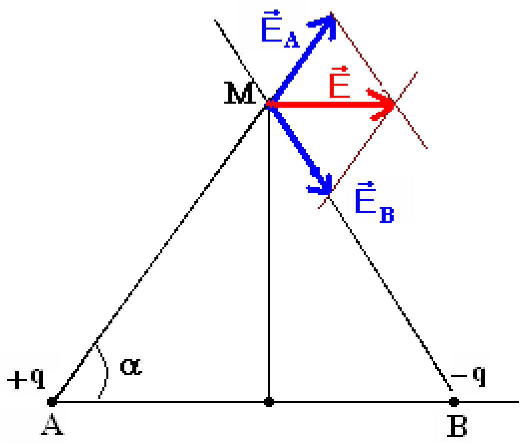
$$E_A = E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}$$

لدينا $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$ وبما أن للمتجهتين نفس المنحى $E = E_A + E_B \Rightarrow E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 a^2}$

2 ـ شدة المجال الكهرساكن $\vec{E}(M)$ المحدث في النقطة M واسط القطعة $[A,B]$ بحيث أن

$$AM = BM = 2a$$

نلاحظ أن ABM تكون مثلث متساوي الأضلاع أي أن الزوايا $\hat{A} = \hat{M} = \hat{B} = \frac{\pi}{3}$



كذلك لدينا $E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A}{AM^2} = \frac{1}{16\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}$ و

$E_B = \frac{1}{16\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}$ وبالتالي $E_A = E_B$

حسب علاقة الجداء السلمي لدينا :

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$

$$E^2 = E_A^2 + E_B^2 + 2E_A.E_B \cos 2\alpha$$

$$E^2 = 2E_A^2 + 2E_A^2\left(2\cos^2\alpha - 1\right)$$

$$E^2 = 4E_A^2 \cos^2\alpha$$

$$\cos\alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow E = E_A = E_B$$

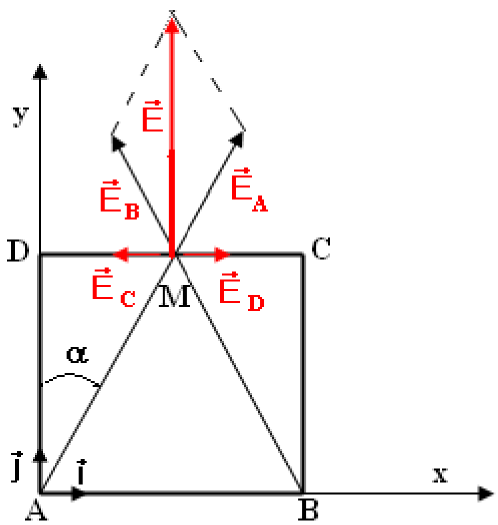
$$E = E_B = \frac{1}{16\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}$$

تمرين 6

1 ـ مميزات متجهة المجال الكهرساكن في النقط التالية :

أ ـ في مركز المربع متجهة المجال الكهرساكن المحدث من طرف الشحن الكهربائية متعددة .

في نقطة M منتصف القطعة $[C,D]$



من خلال التمثيل الهندسي نلاحظ أن $\vec{E}_C$ و $\vec{E}_D$ لهما نفس المنظم ومنحاهما متعاكسان($E_C = E_D = K\frac{4q}{a^2}$ بحيث

$\vec{E}_C + \vec{E}_D = \vec{0}$ إذن ($K = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}$

وبالتالي $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$

حسب علاقة الجداء السلمي ، لدينا :

$$E^2 = E_A^2 + E_B^2 + 2E_A.E_B \cos 2\alpha$$

$$E_A = E_B = K\frac{q}{AM^2}$$

لأن المثلث ABM متساوي الساقين و $AM = \dfrac{a}{\cos\alpha}$

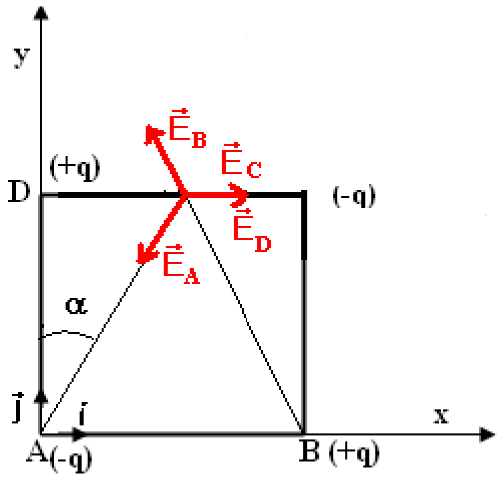
$$E_A = E_B = K\frac{q\cos^2\alpha}{a^2}$$

وبالتالي

$$E^2 = 2E_A^2 + 2E_A^2\left(2\cos^2\alpha - 1\right)$$

$$E^2 = 4E_A^2\cos^2\alpha$$

$$E = 2K\frac{q\cos^3\alpha}{a^2}$$



مميزات متجهة المجال الكهرساكن في النقطة M هي :

المنحى : نحو الأعلى

الاتجاه عمودي على الضلع DC

المنظم : $E = 2K\dfrac{q\cos^3\alpha}{a^2}$

2 ــ أ ــ مميزات متجهة المجال الكهرساكن في النقطة M .

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_D + \vec{E}_C$$

نسقط هذه العلاقة على المحورين OX و Oy :

$$E_x = -E_A\sin\alpha - E_B\sin\alpha + E_C + E_D = -2K\frac{q\cos^2\alpha}{a^2}\sin\alpha + \frac{8Kq}{a^2}$$

$$E_y = 0$$

$$E_y =$$

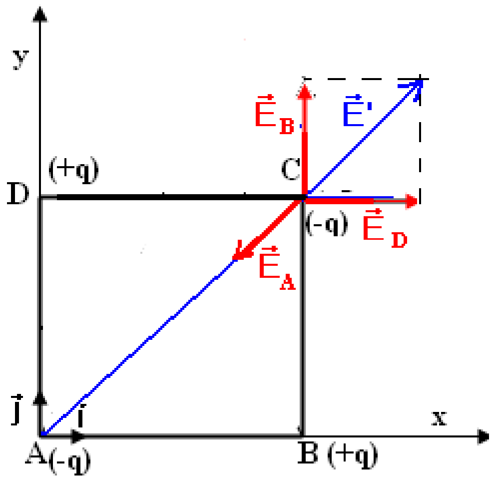
$$E^2 = E_x^2 + E_y^2 = \left(-2K\frac{q\cos^2\alpha}{a^2}\sin\alpha + \frac{8Kq}{a^2}\right)^2$$

$$E = \frac{2Kq^2}{a^2}\left(4 - \cos^2\alpha\sin\alpha\right)$$

ب ــ متجهة المجال الكهرساكن المحدث في النقطة C هو :

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_D$$

بم أنه لدينا مربع فالزاوية $\left(\overrightarrow{AC}, \vec{i}\right) = 45°$ والوتر $AC = a\sqrt{2}$



نسقط العلاقة المتجهة على Ox : $E_x = E_D - E_A\cos\beta$

على Oy : $E_y = E_B - E_A\cos\beta$

بحيث أن الزاوية $\beta = 45°$ و $E_B = E_D = K\dfrac{q}{a^2}$ و $E_A = K\dfrac{q}{2a^2}$

$$E_x = K\frac{q}{a^2} - K\frac{q}{2a^2}\frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$E_x = K\frac{q}{a^2}\left(1 - \frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

$$E_y = K\frac{q}{a^2} - K\frac{q}{2a^2}\frac{\sqrt{2}}{2}$$

و
$$E_y = K\frac{q}{a^2}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)$$

وبالتالي :
$$E = \sqrt{E_x + E_y} = K\frac{q}{a^2}\left(1-\frac{\sqrt{2}}{4}\right)\sqrt{2}$$
$$E = K\frac{q}{a^2}\left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right)$$

شدة القوة المطبقة على الشحنة الموجودة في النقطة C :
$$F = |q|E = E = K\frac{q^2}{a^2}\left(\sqrt{2}-\frac{1}{2}\right)$$

طاقة الوضع الكهرساكنة

تمرين 1

1 ـ $U_{AB} = 3000V$

2 ـ $W_{A\to B}\left(\vec{F}_e\right) = 7,8.10^{-16}J$

تمرين 3

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية ونتوصل إلى النتيجة التالية :
$$v_A = \sqrt{\frac{2eEd}{m}} = 3,25.10^7 m/s$$

تمرين 5

1 ـ مميزات متجهة المجال الكهرساكن $\vec{E}$

ـ المنحى نحو الجهود التناقصية وبما أن $V_A > V_B$ إذن سيكون منحى $\vec{E}$ نحو الصفيحة B .

ـ الاتجاه : عمودي على الصفيحتين

ـ المنظم : $E = \frac{U_{AB}}{d} = 10^4 V$

2 ـ شدة القوة الكهرساكنة المطبقة على الكرية :
$$\vec{F} = q\vec{E} \Rightarrow F = qE = 2.10^{-4}N$$

3 ـ تعبير الكتلة m :

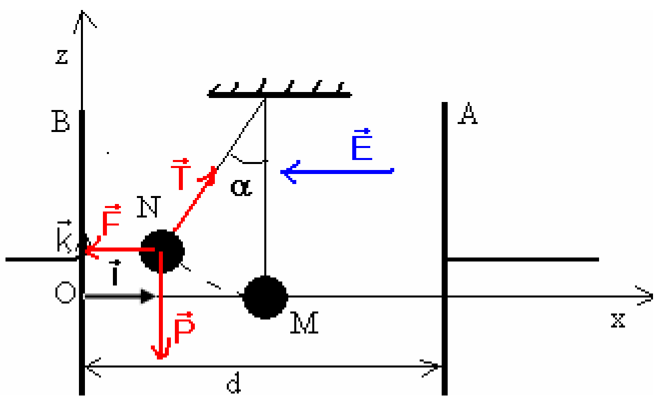
دراسة توازن النواس الكهرساكن : $\vec{P}+\vec{T}+\vec{F} = \vec{0}$ تم نسقط العلاقة على المحورين Ox و Oz

على Ox : $-F + T\sin\theta = 0 \Rightarrow T\sin\theta = F$

على Oz : $T\cos\theta - mg = 0 \Rightarrow T\cos\theta = mg$

من العلاقتين نستنتج :
$$\tan\theta = \frac{F}{mg} \Rightarrow m = \frac{F}{g\tan\theta}$$

تطبيق عددي : $m = 3,46.10^{-5}kg$



4 ـ شغل القوة الكهرساكنة عند انتقال الكرية بالزاوية θ :
$$W_{M\to N}\left(\vec{F}\right) = \vec{F}.\overrightarrow{MN} = q\vec{E}.\overrightarrow{MN} = q.E.MN$$
$$MN = \ell\sin\theta$$
$$W_{M\to N}\left(\vec{F}\right) = q.E.\ell\sin\theta$$

تطبيق عددي : $W_{M\to N}(\vec{F}) = 4.10^{-5}\,J$

5 ـ نستنتج تغيرطاقة الوضع الكهرساكنة :

$$\Delta E_{pe} = -W_{M\to N}(\vec{F}) = -q.E.\ell \sin\theta$$

$$\Delta E_{pe} = -4.10^{-5}\,J$$

6 ـ طاقة الوضع الكهرساكنة للشحنة q هي : $E_{pe} = qE.x + C$

الحالة المرجعية لطاقة الوضع الكهرساكنة هي الصفيحة B أي أن $E_{pe} = 0$ في الموضع $x = 0$ وبالتالي $C = 0$ وسيكون تعبير طاقة الوضع الكهرساكنة على الشكل التالي : $E_{pe} = qEx$

طاقة الوضع في النقطة M وهي منتصف d أي أن $x_M = \frac{d}{2}$

$E_{pe}(M) = qE\frac{d}{2}$ تطبيق عددي : $E_{pe} = 10^{-5}\,J$

نستنتج الجهد الكهربائي في النقطة M : لدينا الجهد في النقطة M هو V_M ونعلم أن

$$E_{pe} = qV_M \Rightarrow V_M = \frac{E_{pe}}{q} = 500V$$

7ـ تعبير تغير الطاقة الكلية للنواس هي :

$$\Delta E_e = \Delta E_{pe} + \Delta E_{pp} + \Delta E_C$$

ΔE_C تغير الطاقة الحركية خلال انتقال النواس من M إلى N بحيث أن $v_M = v_N = 0$ وبالتالي $\Delta E_C = 0$

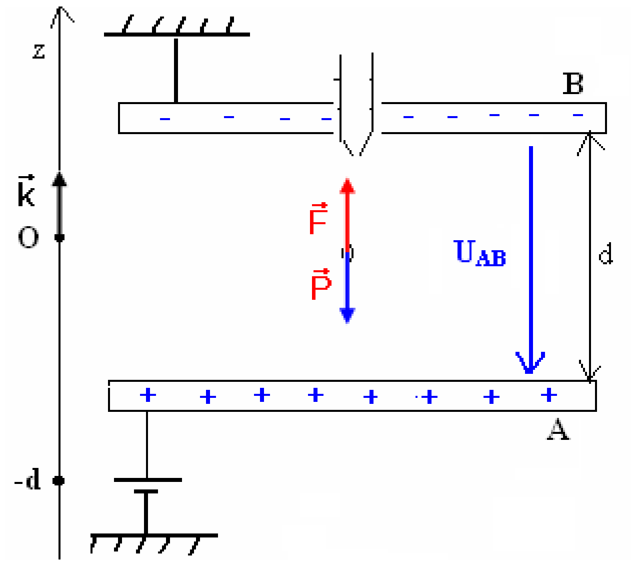
ΔE_{pp} تغير طاقة الوضع الثقالية : $\Delta E_{pp} = -W_{M\to N}(\vec{P}) = +mgh = +mg\ell(1-\cos\theta)$

$$\Delta E_{pe} = qE\ell\sin\theta$$

أي أن $\Delta E_e = mg\ell(1-\cos\theta) + qE\ell\sin\theta$

تمرين 6

1 ـ أنظر الشكل



2 ـ قطرة الزيت في حالة توازن تحت تأثير قوتين $\vec{P}$ و $\vec{F}$

$\vec{P} + \vec{F} = \vec{0}$ أي أن $P = F$

وبالتالي

$$mg = qE \Rightarrow mg = \frac{qU_{AB}}{d}$$

$$q = \frac{mgd}{U_{AB}}$$

لدينا كذلك $\rho_{huile} = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho_{huile}.V = \frac{4\rho_{huile}\pi r^3}{3}$

$$q = \frac{4\rho_{huile}\pi r^3 gd}{3U_{AB}}$$

تطبيق عددي : $q = 10e$

3 ـ 1 حساب طاقة الوضع الثقالية لقطرة الزيت عند الصفيحة A $E_{pp} = mgz$

$z = -d = -5.10^{-2}\,m$

أي أن $E_{pp} = -0,356.10^{-14}.10.5.10^{-2} = -1,78.10^{-15}\,J$

3 ـ 2 طاقة الوضع الكهرساكنة لقطرة الزيت عند الصفيحة A :

$E_{pe}(M) = qV_M + C$ عند الحالة المرجعية $E_{pe} = 0$ عند $V_A = 0$ أي أن $C = 0$

$E_{pe}(M)=qV_M$ عند النقطة A لدينا $E_{pe}(A)=qV_A=1,78.10^{-15}J$

أي أن طاقة الكلية لقطرة الزيت في النقطة B هي :

$\boldsymbol{E}(B)=E_C(B)+E_{pp}(B)+E_{pe}(B)=0.036.10^{-20}J$

بحيث أن $E_C=0,036.10^{-20}J$

3 ـ 3 الطاقة الكلية في النقطة A منعدمة $\boldsymbol{E}(A)=0$

بما أن $\boldsymbol{E}(A)\neq\boldsymbol{E}(B)$ يعني أن المجموعة غير محافظية وسبب ذلك وجود احتكاك بين قطرة الزيت والهواء .