

طول تمارين حركة الدوران

التمرين 1

1- السرعة الزاوية بالوحدة $\text{rad}\cdot\text{s}^{-1}$

$$\omega = \pi \approx 3,14 \text{ rad s}^{-1} \leftarrow \omega = 30 \times \frac{2\pi}{60}$$

2- التردد والدور

$$\text{التردد: } N = \frac{\omega}{2\pi} \text{ ت.ع. } N = 0,5 \text{ Hz}$$

$$\text{الدور: } T = \frac{1}{N} \text{ ت.ع. } T = 2 \text{ s}$$

3- سرعة نقطة من محيط القرص

$$v = R\omega \text{ مع } R = \frac{d}{2} \text{ ت.ع. } v = 0,28 \text{ m s}^{-1}$$

4- المسافة التي تقطعها هذه النقطة بعد عشر دورات

$$\Delta s = R \cdot \Delta \theta \text{ مع } \Delta \theta = 2\pi n \text{ ت.ع. } \Delta s = 5,65 \text{ m}$$

$$\text{طريقة أخرى: } v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \text{ مع } \Delta t = 10T \text{ (10 دورات)}$$

$$\Delta s = 10vT \leftarrow$$

التمرين 2

1- طبيعة حركة الجسم:

المعادلة الزمنية $S(t)$ دالة تآلفية، نستنتج أن حركة الجسم دوران منتظم.

2- السرعة الخطية للنقطة M:

$$v = \frac{\Delta s}{\Delta t} \text{ و قيمتها حسب المعادلة } S(t) \text{ هي: } v = 0,70 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

3- المسافة التي قطعها M عند اللحظة $t = 10 \text{ s}$:

$$s = 0,70 \times 10 + 0,03 \text{ نعوض } \Delta s \text{ بقيمة } S(t) \text{ في المعادلة الزمنية}$$

$$s = 7,03 \text{ m} \leftarrow$$

4- المعادلة الزمنية $\theta(t)$:

$$\text{باعتبار العلاقة بين الأضولين الزاوي والمنحني: } s = R\theta \text{ أي } \theta = \frac{s}{R}$$

$$\text{مع } R = 15 \text{ cm} = 0,15 \text{ m, فإن معادلة الأضول الزاوي هي: } \theta = 4,7t + 0,2 \text{ (rad)}$$

التمرين 3

1- قيم سرعة M في المواضع M_2 و M_4 و M_6 :

$$v_i \approx \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\tau} \text{ تعبير السرعة اللحظية في موضع } M_i \text{ هي حسب علاقة التآطير:}$$

الموضع	M_6	M_4	M_2
السرعة	0,4	0,4	0,4
$v_i (\text{m}\cdot\text{s}^{-1})$			

ت.ع.

• تمثيل متجهات السرعة في نفس المواضع:

نختار سلما مناسباً، مثلاً:

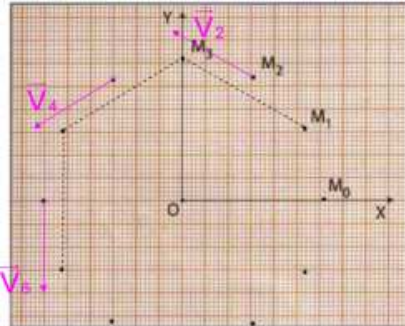
$$1 \text{ cm تمثل } 0,2 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

ثم نمثل متجهة السرعة في كل من المواضع الثلاث باعتبار المميزات التالية:

- الاتجاه: المماس في الموضع المدروس

(عملياً نعتبره موازياً للوتر المار من الموضعين المؤطرين)،

- المنحى: منحى الحركة.



2- طبيعة حركة M:

مسار M دائري وقيمة سرعتها ثابتة، إذن حركتها دائرية ومنتظمة.

3- سرعتها الزاوية:

$$\text{باعتبار العلاقة بين السرعتين الخطية والزاوية } v = R\omega \text{ فإن: } \omega = \frac{v}{R}$$

$$\text{ت.ع. على التسجيل نقيس الشعاع فنجد: } R = 3,1 \text{ cm}$$

$$\text{نستنتج: } \omega = \frac{0,4}{3,1 \times 10^{-2}} \text{ أي: } \omega = 12,9 \text{ rad}\cdot\text{s}^{-1}$$

4- المعادلتان الزميتان $\theta(t)$ و $s(t)$:

$$\begin{cases} s(t) = vt + s_0 \\ \theta(t) = \omega t + \theta_0 \end{cases} \text{ باعتبار الدوران منتظماً فإن:}$$

ت.ع. باعتبار الشروط البدئية المشار إليها في السؤال لدينا:

$$\theta_0 = \frac{s_0}{R} = \frac{0,016}{0,031} \approx 0,5 \text{ rad} \text{ و } s_0 = \widehat{M_0M_1} \approx 1,6 \text{ cm} = 0,016 \text{ m}$$

التمرين 4

1- أ- طبيعة الحركة:

حسب المبيان، $\theta(t)$ دالة زمنية تآلفية نستنتج أن حركة الجسم دوران منتظم. بد السرعة الزاوية:

المعادلة الزمنية للحركة هي على الشكل التالي: $\theta(t) = \omega t + \theta_0$ وهي أيضا معادلة المستقيم. نستنتج أن قيمة السرعة الزاوية ω تساوي مبيانيا ميل المستقيم:

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta_2 - \theta_1}{t_2 - t_1}$$

$$\omega = \frac{(2,5 - 1)(rad)}{(160 - 40) \times 10^{-3}(s)}$$

نعتبر نقطتين من المستقيم، نجد:

$$\omega = 12,5 \text{ rad.s}^{-1} \leftarrow$$

تد المعادلة الزمنية $\theta(t)$:

مبيانيا قيمة الأفضول الزاوي عند أصل التواريخ تساوي الأرتوب عند الأصل: $\theta_0 = 0,5 \text{ rad}$ وبالتالي التعبير العددي للمعادلة الزمنية للحركة هو: $\theta(t) = 12,5t + 0,5$ بد السرعة الخطية:

باعتبار العلاقة بين السرعتين الخطية و الزاوية، السرعة الخطية هي: $v = R \omega$ ت.ع. المسافة بين M و محور الدوران تحدد شعاع المسار الدائري للنقطة M:

$$R = 10 \text{ cm} = 0,10 \text{ m}$$

$$v = 1,25 \text{ m.s}^{-1} \leftarrow v = 0,10 \times 12,5$$

بد المعادلة الزمنية $s(t)$:

باعتبار الدوران منتظما فإن: $s(t) = vt + s_0$ مع $s_0 = R \cdot \theta_0$ ت.ع. $s_0 = 0,10 \times 0,5 = 0,05 \text{ m}$

$$s(t) = 1,25t + 0,05 \leftarrow$$

التمرين 5

1- وصف الحركة:

يبرز المبيان أن حركة الدوران تتم على مرحلتين :

- المرحلة الأولى: بين اللحظتين $t=0$ و $t=30 \text{ s}$ تبقى السرعة الزاوية ثابتة مع الزمن. ما يعني أن الدوران منتظم خلال هذه المرحلة.

- المرحلة الثانية: بين اللحظتين $t=30 \text{ s}$ و $t=50 \text{ s}$ تتناقص السرعة الزاوية خطيا مع الزمن إلى أن تتعدم ويتوقف الجسم عن الدوران، في هذه الحالة نقول أن الدوران متباطئ بانتظام.

2- السرعة الزاوية في المرحلة الأولى:

على المخطط $\theta=f(t)$ نقرأ القيمة: $\omega = 50\pi \text{ rad.s}^{-1}$ أي: $\omega \approx 157,1 \text{ rad.s}^{-1}$

3- عدد الدورات خلال المرحلة الأولى:

بما أن الدوران منتظم خلال هذه المرحلة، فإن السرعة الزاوية في كل لحظة تساوي السرعة الزاوية

المتوسطة: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ نستنتج زاوية الدوران خلال المدة Δt لهذه المرحلة: $\Delta\theta = \omega \cdot \Delta t$

ثم باعتبار العلاقة بين عدد الدورات n و زاوية الدوران: $\Delta\theta = 2\pi n$

نستنتج عدد الدورات: $n = \frac{\omega \cdot \Delta t}{2\pi}$ ت.ع. $n = \frac{50\pi \times 30}{2\pi}$ $n = 750 \text{ tr}$ \leftarrow ينجز الجسم 750 دورة في المرحلة الأولى.

التمرين 6

1- السرعة الزاوية لعقارب الساعة:

تدور عقارب الساعة بانتظام، سرعتها الزاوية ثابتة و تحقق العلاقة: $\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

وباعتبار دورة واحدة: $\omega = \frac{2\pi}{T}$ حيث T مدة دورة واحدة (أي الدور). ت.ع.

عقرب الدقائق	عقرب الساعات
ينجز عقرب الدقائق دورة واحدة خلال ساعة واحدة:	ينجز عقرب الساعات دورة واحدة خلال 12 ساعة:
$T_1 = 3600 \text{ s} \leftarrow$	$T_2 = 12 \times 3600 \text{ s} \leftarrow$
$\omega_1 = \frac{2\pi}{3600} \leftarrow$	$\omega_2 = \frac{2\pi}{12 \times 3600} \leftarrow$
$\omega_1 \approx 1,75 \cdot 10^{-3} \text{ rad.s}^{-1}$	$\omega_2 \approx 1,45 \cdot 10^{-4} \text{ rad.s}^{-1}$

2- لحظة التراكب الأول لعقارب الساعة بعد الساعة 12 h:

$$\begin{cases} \theta_1 = \omega_1 t + \theta_{01} \\ \theta_2 = \omega_2 t + \theta_{02} \end{cases} \text{ المعادلتان الزميتان لحركتي عقربي الساعة هما:}$$

باختيار موضع العقربين عند $t=0$ (الساعة 12 h) أصلاً للأفاصل الزاوية، فإن: $\theta_{01} = \theta_{02} = 0$

$$\begin{cases} \theta_1 = \omega_1 t \\ \theta_2 = \omega_2 t \end{cases} \text{ وبالتالي:}$$

عند تلاقي (تراكب) العقربين تتحقق المعادلة التالية: $\theta_1 = \theta_2 + 2k\pi$

مع عدد صحيح طبيعي (موجب) لأن $\theta_1 > \theta_2$ باعتبار عقرب الدقائق أسرع من عقرب الساعات ($\omega_1 > \omega_2$).

$$\omega_1 t = \omega_2 t + 2\pi \quad (k=1) \text{ عند التلاقي الأول}$$

$$t = \frac{2\pi}{\omega_1 - \omega_2} \text{ نستنتج تاريخ لحظة التراكب الأول:}$$

$$t = \frac{2\pi}{\frac{2\pi}{3600} - \frac{2\pi}{12 \times 3600}} = \frac{3600}{1 - \frac{1}{12}} = \frac{3600 \times 12}{11} \text{ ت.ع.}$$

$$t \approx 3927,3 \text{ s} = 1\text{h}05 \text{ min } 27\text{s} \leftarrow$$



تراكب العقربين عند $t=0$



التراكب الأول

التمرين 7

1- دراسة النظام:

أ- مقارنة منحيي دوران البكرتين:

البكرتان تدوران في نفس المنحى.

ب- العلاقة بين سرعتيهما الزاويتين:

باعتبار السير لا ينزلق على مجرى البكرتين، فإن للنقط

A و B و M نفس السرعة الخطية: $v_A = v_M = v_B$

A نقطة من مجرى البكرة 1 إذن: $v_A = R_1 \cdot \omega_1$

و B نقطة من مجرى البكرة 2 إذن: $v_B = R_2 \cdot \omega_2$

نستنتج المتساوية: $R_1 \cdot \omega_1 = R_2 \cdot \omega_2$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2} \text{ ومنها العلاقة:}$$

تدردد دوران البكرة 2:

ليكن N_1 و N_2 ترددي البكرتين 1 و 2. باعتبار العلاقة بين السرعة الزاوية و التردد:

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{R_1}{R_2} \text{ ، نستنتج من العلاقة السابقة العلاقة التالية:}$$

$$N_2 = 0,5 \text{ Hz} \leftarrow N_2 = 1(\text{Hz}) \times \frac{1}{2} \text{ ت.ع.} \quad N_2 = N_1 \cdot \frac{R_1}{R_2}$$

ونلاحظ أن البكرة الأصغر هي الأسرع.

2- دراسة النظام:

أ- مقارنة منحيي دوران الدولابين:

الدولابان يدوران في منحيين متعاكسين.

ب- العلاقة بين سرعتيهما الزاويتين:

نعتبر نقطة M من مساحة التماس بين الدولابين.

سرعتها الخطية تحقق العلاقتين التاليتين:

$$v_M = R_2 \cdot \omega_2 \text{ و } v_M = R_1 \cdot \omega_1$$

M تنتمي في نفس الآن لمحيط كل

من الدولابين.

نستنتج علاقة ماثلة للنظام 1:

$$(1) \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{R_1}{R_2}$$

من جهة أخرى، تحقق p، المسافة بين سنين متتاليتين أو خطوة الأسنان، العلاقة التالية:

$$p = \frac{2\pi R}{n}$$

و باعتبار أن للدولابين نفس خطوة الأسنان (شرط التشابك) نستنتج المتساوية التالية:

$$\frac{2\pi R_1}{n_1} = \frac{2\pi R_2}{n_2}$$

$$(2) \frac{R_1}{R_2} = \frac{n_1}{n_2} \text{ أي:}$$

$$\frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

من العلاقتين (1) و (2) نتوصل إلى العلاقة المطلوبة:

