تصحيح تمارين حركة الدوران حول محور ثابت

تمرين 1:

1- السرعة الزاوية يعبر عنها بالعلاقة :

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

مع $\Delta\theta=2\pi n$ حيث $\Delta\theta$ تمثل زاوية الدوران ب rad و n عدد الدورات التي دار بها المحرك خلال المدة Δt .

ت.ع: $\Delta\theta = 2\pi X\, 5000$ و $\Delta t=1mn = 60s$

$$\omega = \frac{2\pi n}{\Delta t}=\frac{10\,000\pi}{60} = 523,6 rad.s^{-1}$$

2- خلال الدوران المنتظم يكون الدور T هو المدة الزمنية التي تنجز فيها نقطة من المحرك دورة كاملة .

نكتب : $\Delta\theta = 2\pi$ و $\Delta t=T$ والسرعة الزاوية تكتب : $\omega = \frac{2\pi}{T}$ أي : $T=\frac{2\pi}{\omega}$

ت.ع: $T=\frac{2\pi}{523,6}=1,2.10^{-2}s$

3- عدد الدورات المنجزة خلال المدة 2mn :

- الطريقة الأولى:

بما ان المحرك ينجز 5000 دورة في الدقيقة فخلال دقيقتين ينجز 10 000 دورة .

- الطريقة الثانية :

يمكن استعمال العلاقة :

$\omega = \frac{2\pi n}{\Delta t}$ نستنتج n نجد $n=\frac{\omega \Delta t}{2\pi} =$

$$\frac{523,6\times2\times60}{2\pi} = 10^4 tr$$

تمرين 2:

1- السرعة الزاوية للأرض :

$$\omega = \frac{2\pi}{T}= \frac{2\pi}{23\times3600+56\times60+4}$$

$$=7,30.10^{-5} rad.s^{-1}$$

2- باعتبار الأرض كروية الشكل فكل نقطة M تسلك مسارا دائريا شعاعه R_M أثناء دوران الأرض حيث : $R_M=R\cos\lambda$

يصبح تعبير السرعة الخطية :

$$V=R_M.\omega = R.\cos\lambda.\omega$$

3- حساب السرعات الخطية :

- في خط الاستواء :

$$V_1=R\cos0.\omega = R\omega$$

$$=6380.10^3\times7,3.10^{-5}=465,7 m.s^{-1}$$

- في الرباط :

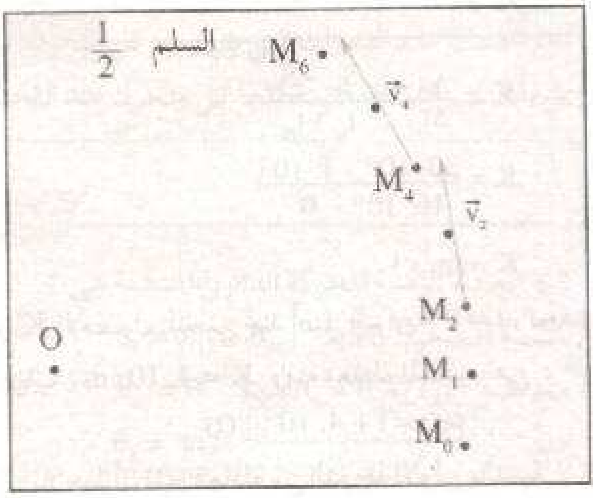
$$V_2=R\cos(34°).\omega=6380.10^3\times\cos(34°)\times7,3.10^{-5}=368 m.s^{-1}$$

- في باريس :

$V_3=6380.10^3\times\cos(48°)\times7{,}3.10^{-5}=311{,}6m.s^{-1}$

تمرين 3:

1- بما أن الحامل الذاتي يدور حول محور ثابت والمسافات المقطوعة على التوالي من طرف النقطة M خلال نفس المدة
الزمنية τ متقايسة فان حركة الحامل دورانية منتظمة .
ملحوظة : بنفس التعليل نستنتج أن حركة M دائرية منتظمة .



2- حساب السرعة اللحظية عند الموضع M_i تعطى بالعلاقة :

$V_i=\frac{\widehat{M_{i-1}M_{i+1}}}{2\tau}$

- في الموضع M_2 :

$V_2=\frac{\widehat{M_1M_3}}{2\tau}=\frac{1{,}9.10^{-2}\times2}{2\times40.10^{-3}}=0{,}48m.s^{-1}$

- في الموضع M_4 :

$V_4=\frac{\widehat{M_3M_5}}{2\tau}=\frac{1{,}9.10^{-2}\times2}{2\times40.10^{-3}}=0{,}48m.s^{-1}$

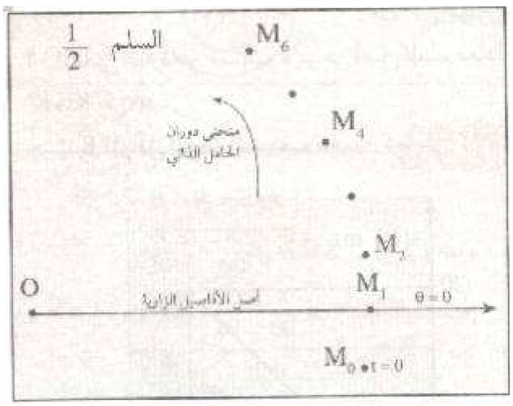
باستعمال السلم 1cm يمثل $0{,}25m.s^{-1}$ فان كل من المتجهتين : $\vec{V_2}$ و $\vec{V_4}$ نمثلهما بسهم طوله 1,9cm .
انظر التمثيل في الشكل جانبه.

3- يمكن تحديد السرعة الزاوية باستعمال :

- الطريقة الأولى :

نستعمل العلاقة التالية : $\omega=\frac{V}{R}$ من المبيان نحدد R نجد $R=5{,}5X2=11cm=0{,}11m$

ت.ع: $\omega=\frac{0{,}48}{0{,}11}=4{,}36rad.s^{-1}$



- الطريقة الثانية : السرعة الزاوية اللحظية يعبر عنها كالتالي :

$\omega_i = \frac{\theta_{i+1}-\theta_{i-1}}{2\tau}$ $\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$

نستعمل المنقلة لقياس الزاوية $\Delta\theta=(\overrightarrow{OM_{i-1}},\overrightarrow{OM_{i+1}})$ نجد 20° نحول الى rad

$\Delta\theta=\frac{20°\times\pi}{180°} = 0,35rad$ نستنتج ω:

$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{0,35}{2\times40.10^{-3}}=4,4rad.s^{-1}$

4- المعادلة الزمنية لحركة النقطة M .

المعادلة الزمنية لحركة دائرية منتظمة بدلالة الأفصول الزاوي تكتب :

$\theta(t)=\omega t+\theta_0$

حيث: $\omega = 4,4rad.s^{-1}$ السرعة الزاوية للحامل .

و θ_0 الأفصول الزاوي عند أصل التواريخ ، باستعمال الشروط البدئية و المنقلة نستنتج من التسجيل :

$\theta_0=-10°=-\frac{10°\times\pi}{180°}=-1,7rad$

المعادلة الزمنية تكتب :

$\theta(t) = 4,4t-1,7$ حيث θ ب (rad) و t ب (s)

5- لايجاد المعادلة الزمنية باستعمال الأفصول المنحني نستعمل العلاقة التالية :

$s(t)=R.\theta(t)$ مع $R=0,11m$

$s(t) = R\omega t + R\theta_0$

$s(t) = 0,48t-0,19$ حيث: s ب(m) و t ب (s)

تمرين 4:

1- مبيانيا نجد عند اللحظة $t_1=2s$ السرعة الزاوية :

$\omega=5\pi rad.s^{-1}=15,7\ rad.s^{-1}$

2- حسب المنحنى نلاحظ أن السرعة الزاوية ω للقرص تتناسب اطرادا مع الزمن t خلال المجال [0,4s[, ابتداءا من اللحظة 4s تبقى السرعة الزاوية ثابتة وهي اللحظة التي تكون فيها حركة القرص دورانية منتظمة .

3- المعادلة الزمنية لحركة الدوران المنتظم تكتب :

$\theta(t) = \omega t+\theta_0$

$\omega=10\pi=31,4rad.s^{-1}$ حسب المبيان

$\theta_0=20\pi=62,8rad$ الأفصول الزاوي عند أصل التواريخ .

4- ليكن n عدد الدورات التي ينجزها القرص خلال المدة $\Delta t = 8-4=4s$ حيث :

$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{2\pi n}{\Delta t}$

$n= \frac{\omega.\Delta t}{2\pi}=\frac{31,4\times4}{2\pi}=20$

يدور القرص 20 دورة خلال المدة Δt .

تمرين 5:

1- المنحنى عبارة عن مستقيم لايمر من أصل المعلم معادلته تكتب : $s(t)=at+b$

حيث a المعامل الموجه للمستقيم $a=\frac{\Delta s}{\Delta t}$

نأخذ النقط التالية يمر منها المنحنى:

$s(10^{-2}m)$	4	20

$t(10^{-2}s)$	0	16

$a = \frac{s_2-s_1}{t_2-t_1} = \frac{(20-4).10^{-2}}{(16-0).10^{-2}} = 1m.s^{-1}$

b هو الأفصول المنحني عند أصل التواريخ $t=0$ نحدده مبيانيا وهو أرتوب تقاطع المنحنى مع محور الأراتيب نجد : $b=4.10^{-2}m$

معادلة المنحنى تكتب :

$S(t)=t+4.10^{-2}$ (1)

2- معدلة الأفصول المنحني s(t) من الدرجة الاولى بالنسبة للزمن وهي تميز حركة الدوران المنتظم .

- اذن حركة النقطة A دائرية منتظمة .
- حركة الجسم (S) دوران منتظم .

3- المعادلة الزمنية للأفصول المنحني لحركة الدوران المنتظم تكتب : $s(t)=Vt+s_0$ (2)

بمقارنة المعادلتين (1) و (2) نجد $V=a=1m.s^{-1}$,

4- السرعة الزاوية للدوران الجسم تساوي السرعة الزاوية للنقطة A .

نكتب : $V=R.\omega$ أي : $\omega = \frac{V}{R}=\frac{V}{d}$ ت.ع: $\omega = \frac{1}{0,1}=10\ rad.s^{-1}$

الأفصول الزاوي عند $t=0$:

نكتب : $s_0=R\theta_0$ أي : $\theta_0=\frac{s_0}{R}=\frac{s_0}{d}$ ت.ع: $\theta_0=\frac{4.10^{-2}}{0,1} = 0,4\ rad$

5- حركة الدوران المنتظم تتميز بالدور وهو المدة الزمنية التي ينجز فيها الجسم دورة كاملة .

نكتب : $\omega=\frac{2\pi}{T}$ أي $T=\frac{2\pi}{\omega}$ ت.ع: $T=\frac{2\pi}{10} = 0,63s$

تردد الحركة f يكتب :

$f=\frac{1}{T}$ ت.ع: $f=\frac{1}{0,63}=1,6\ Hz$

تمرين 6:

1- بما أن المعادلة الزمنية للأفصول الزاوي θ(t) عبارة عن معادلة من الدرجة الأولى بالنسبة للزمن وهي تميز حركة الدوران المنتظم ، اذن حركة النقطة A دائرية منتظمة .

2- بالنسبة للدوران المنتظم معادلة الأفصول الزاوي تكتب :

$\theta(t)=\omega t+\theta_0$

بالمقارنة مع معادلة الزمنية لحركة النقطة A : $\theta(t) = 30t+0,2$

السرعة الزاوية $\omega=30\ rad.s^{-1}$

الأفصول الزاوي عند اللحظة $t=0$: $\theta_0=0,2rad$

3- تحديد زاوية الدوران Δθ خلال المدة Δt :

لدينا : $\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}$ أي : $\Delta\theta=\omega\Delta t =\omega(t_2-t_1)$ ت.ع: $\Delta\theta=30\times(60-0)=1800rad$

ليكن n عدد الدورات المنجزة حيث :

لدينا $\Delta\theta = 2\pi.n$ أي : $n=\frac{\Delta\theta}{2\pi} =\frac{1800}{2\pi}= 286,5tr$

4- تغبير الأفصول المنحني :

العلاقة بين الأفصول المنحني والزاوي هي : $s=R\theta$ مع: $R=\frac{D}{2}=20cm$

$s(t) = 30Rt+0,2R$ ت.ع: $s(t) = 30X0,2t+0,2X0,2$

تعبير الأفصول الزاوي :

$s(t) = 6t+4.10^{-2}$ مع s ب (m) و t ب (s)

5- ليكن d المسافة المقطوعة من طرف النقطة A بين t_3 و t_4 :

- الطريقة الأولى :
  باستعمال السرعة الخطية : $v=\frac{\Delta s}{\Delta t}$ أي : $d=\Delta s = V\Delta t = V(t_4-t_3)=6(0,2-0,1)=0,6m$
- الطريقة الثانية :
  باستعمال الأفصول المنحني: $s(t) = 6t+4.10^{-2}$
  عند t_3 يكون الافصول المنحني : $s(t_3)=6t_3+4.10^{-2}$
  عند t_4 يكون الأفصول المنحني : $s(t_4)=6t_4+4.10^{-2}$
  خلال المدة $\Delta t=t_4-t_3$ يتغير الأفصول المنحني ب :
  $d=\Delta s=s(t_4)-s(t_3) = 6t_4-6t_3 = 6(t_4-t_3)=6(0,2-0,1)=0,6m$