المجال الكهرساكن

حلول تمارين

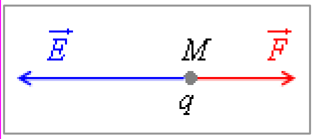
تمرين 1

مميزات التأثير البيني الكهرساكن لشحنتين نقطتين

شحنتان مختلفتا الإشارة ← تأثير بيني كهرساكن تجاذبي، و شدته حسب قانون كولومب: $F = K\cdot\dfrac{|q_1\cdot q_2|}{r^2}$

ت.ع. $F = 9.10^9 \times \dfrac{5\times10^{-6}\times0,3\times10^{-6}}{(2\times10^{-2})^2} = \underline{34\ N}$

تمرين 2

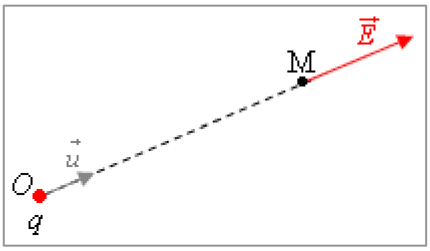


مميزات متجهة المجال الكهرساكن $\vec{E}$ في النقطة M :

$\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$ و $q<0$ ← $\vec{E}$ مستقيمية مع $\vec{F}$ في المنحى المعاكس و منظمها (شدة المجال الكهرساكن):

$E = \dfrac{F}{|q|}$ ت.ع. $E = \dfrac{0,2}{2\times10^{-6}} = \underline{10^5\ N.C^{-1}}$

تمرين 3



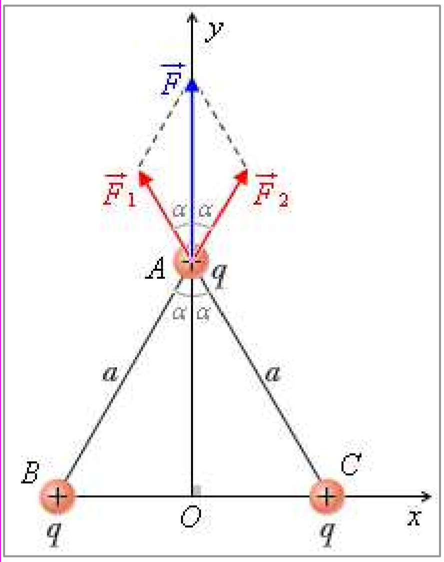
مميزات متجهة المجال الكهرساكن:

$\vec{E} = K\cdot\dfrac{q}{r^2}\cdot\vec{u}$ (مع $r = OM$ و $\vec{u} = \dfrac{\overrightarrow{OM}}{OM}$)

و حيث أن $q>0$ فإن $\vec{E}$ مستقيمية مع $\vec{u}$ و لهما نفس المنحى. و منظمها أي شدة المجال الكهرساكن في M هو: $E = K\cdot\dfrac{q}{r^2}$

ت.ع. $E = 9.10^9 \times \dfrac{0,5\times10^{-6}}{(10\times10^{-2})^2} = \underline{4,5.10^5\ N.C^{-1}}$

تمرين 4



شدة القوة الكهرساكنة المطبقة على كل شحنة:

كل شحنة تخضع لقوتين كهرساكنتين مطبقتين من طرف الشحنتين الأخريين:

$\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ بحيث حسب قانون كولومب: $F_1 = F_2 = K\cdot\dfrac{q^2}{a^2}$

يمكن حساب المجموع المتجهي بطريقتين:

• **طريقة 1**: $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ← $F^2 = F_1^2 + F_2^2 + 2F_1.F_2.\cos 2\alpha$

← $F^2 = 4F_1^2\cos^2\alpha$ ← $F = 2F_1\cos\alpha$

$\alpha = 30°$ ← $\cos\alpha = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$ ← $F = K\sqrt{3}\cdot\dfrac{q^2}{a^2}$

ت.ع. $F = 9.10^9 \times \sqrt{3} \times \dfrac{(10\times10^{-9})^2}{(5\times10^{-2})^2} = \underline{6,2.10^{-4}\ N}$

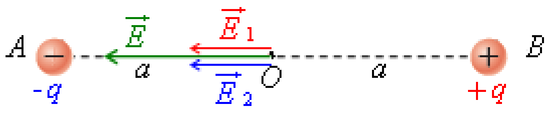
• **طريقة 2:** إسقاط العلاقة $\vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$ في المعلم (O,x,y) يعطي:

$$\begin{cases} F_x = F_{1x} + F_{2x} = -F_1.\sin\alpha + F_2.\sin\alpha = 0 \\ F_y = F_{1y} + F_{2y} = +F_1.\cos\alpha + F_2.\cos\alpha = 2F_1.\cos\alpha \end{cases}$$

و بما أن $F = \sqrt{F_x^{\ 2} + F_y^{\ 2}}$ فإن: $F = 2F_1.\cos\alpha$ و نتوصل إلى نفس النتيجة.

تمرين 5

1- تمثيل متجهة المجال الكهرساكن الكلي $\vec{E}(O)$ في النقطة O منتصف القطعة $[AB]$:

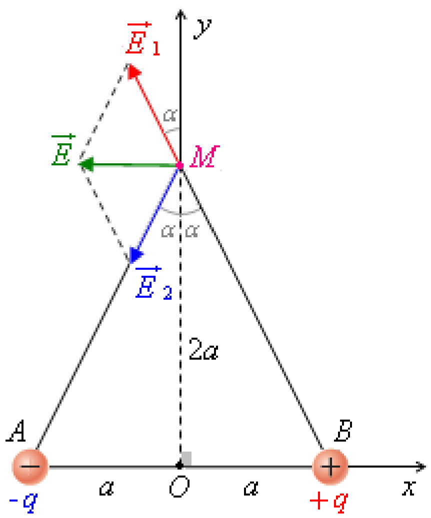


2- شدة المجال الكهرساكن $\vec{E}(O)$:

$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ مع $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_1$ مستقيميتان و لهما نفس المنحى $\leftarrow$ $E = E_1 + E_2$

و بما أن $E_1 = E_2 = K \cdot \dfrac{q}{a^2}$ فإن بالتالي: $\boxed{E = 2K \cdot \dfrac{q}{a^2}}$ ت.ع: $E = 2\times 9.10^9 \times \dfrac{1\times10^{-9}}{(5\times10^{-2})^2} = \underline{7,2.10^3\ N.C^{-1}}$

3- تمثيل متجهة المجال الكهرساكن $\vec{E}(M)$ في النقطة M من واسط القطعة $[AB]$:



4- شدة المجال الكهرساكن الكلي في M:

$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ مع $E_1 = E_2 = \dfrac{K}{5} \cdot \dfrac{q}{a^2}$

إسقاط العلاقة $\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$ في المعلم (O,x,y) يعطي:

$$\begin{cases} E_x = E_{1x} + E_{2x} = -E_1.\sin\alpha - E_2.\sin\alpha = -2E_1.\sin\alpha \\ E_y = E_{1y} + E_{2y} = +E_1.\cos\alpha - E_2.\cos\alpha = 0 \end{cases}$$

$$E = \sqrt{E_x^{\ 2} + E_y^{\ 2}} \rightarrow E = 2E_1.\sin\alpha$$

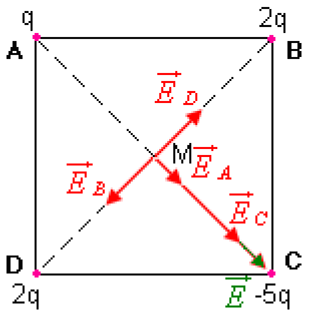
$$\sin\alpha = \frac{a}{a\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}} \rightarrow \boxed{E = \frac{2K}{5\sqrt{5}} \cdot \frac{q}{a^2}}$$

ت.ع: $E = \dfrac{2\times 9.10^9}{5\sqrt{5}} \times \dfrac{1\times10^{-9}}{(5\times10^{-2})^2} = \underline{6,4.10^2\ N.C^{-1}}$

تمرين 6

شدة المجال الكهرساكن الكلي في M مركز المربع في كل حالة

في كلتا الحالتين: $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D$



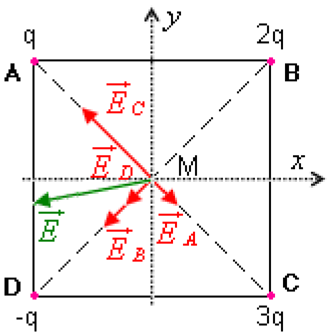
- في الحالة 1: $\vec{E}_B$ و $\vec{E}_D$ لهما نفس الشدة و نفس الاتجاه و منحيين متعاكسين

$\leftarrow \quad \vec{E}_B + \vec{E}_D = \vec{0}$

$\vec{E}_A$ و $\vec{E}_C$ لهما نفس الاتجاه و نفس المنحى $\leftarrow \quad E = E_A + E_C$

و بما أن $E_A = K\cdot\dfrac{q}{\frac{a^2}{2}}$ و $E_A = K\cdot\dfrac{5q}{\frac{a^2}{2}}$ فإن بالتالي: $\boxed{E = 12K\cdot\dfrac{q}{a^2}}$

ت.ع. $E = 12\times 9.10^9 \times \dfrac{1\times10^{-6}}{(5\times10^{-2})^2} = \underline{4,3.10^7\ N.C^{-1}}$



- في الحالة 2: نعتمد الطريقة التحليلية. بإسقاط العلاقة المتجهية في المعلم (M, x, y) لدينا:

$$\begin{cases} E_x = E_{Ax} + E_{Bx} + E_{Cx} + E_{Dx} \\ E_y = E_{Ay} + E_{By} + E_{Cy} + E_{Dy} \end{cases} \leftarrow \begin{cases} E_x = (+E_A - E_B - E_C - E_D)\cdot\cos 45° \\ E_y = (-E_A - E_B + E_C - E_D)\cdot\sin 45° \end{cases}$$

و بما أن $E_A = E_D = 2K\cdot\dfrac{q}{a^2}$ و $E_B = 2E_A$ و $E_C = 3E_A$ و $\cos 45° = \sin 45° = \dfrac{\sqrt{2}}{2}$ ،

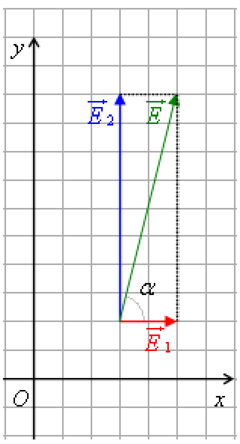
فإن:

$$\begin{cases} E_x = -5E_A\cdot\cos 45° = -5K\sqrt{2}\cdot\dfrac{q}{a^2} \\ E_y = -E_A\cdot\sin 45° = -K\sqrt{2}\cdot\dfrac{q}{a^2} \end{cases}$$

$$E = \sqrt{E_x{}^2 + E_y{}^2} \quad \leftarrow \quad \boxed{E = K\sqrt{52}\cdot\dfrac{q}{a^2}}$$

ت.ع. $E = \sqrt{52}\times 9.10^9 \times \dfrac{1\times10^{-6}}{(5\times10^{-2})^2} = \underline{2,6.10^7\ N.C^{-1}}$

تمرين 7



ملحوظة: هناك خطأ في المعطيات وجب تصحيحه: $\vec{E}_2 = 4.10^3\cdot\vec{j}$ و ليس $\vec{E}_2 = 4.10^3\cdot\vec{i}$.

1- مميزات المجال الكهرساكن الكلي

$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 \quad \leftarrow \quad \vec{E} = 10^3\cdot\vec{i} + 4.10^3\cdot\vec{j}$ في كل نقطة من المجال

$\vec{E}$ متجهة ثابتة إذن المجال الكهرساكن الكلي منتظم.

- شدته: $E = \sqrt{(10^3)^2 + (4.10^3)^2} = 10^3\cdot\sqrt{17} = \underline{4,1.10^3\ N.C^{-1}}$

- الزاوية $\alpha = (\vec{i}, \vec{E})$: في المثلث القائم الزاوية: $\boxed{\tan\alpha = \dfrac{E_2}{E_2}}$

ت.ع. $\tan\alpha = \dfrac{4.10^3}{10^3} = 4 \quad \leftarrow \quad \underline{\alpha \approx 76°}$

2- مميزات القوة الكهرساكنة المطبقة على أيون Cu^{2+}

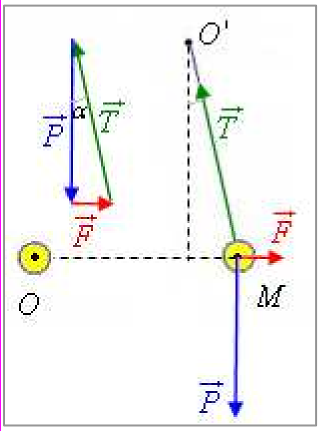
$\vec{F} = q\cdot\vec{E}$ و $q = +2e > 0 \leftarrow \vec{F}$ و $\vec{E}$ مستقيميتان و لهما نفس المنحى و شدة القوة الكهرساكنة هي: $\boxed{F = 2eE}$

ت.ع. $F = 2\times1,6.10^{-19}\times4,1.10^3 = \underline{1,3.10^{-15}\ N}$

و الزاوية $\beta = \alpha$.

تمرين 8

1- شدة القوة الكهرساكنة التي تخضع لها الشحنة q



تخضع الشحنة q لثلاث قوى: القوة الكهرساكنة $\vec{F}$، وزنها $\vec{P}$، و توتر الخيط $\vec{T}$.
حسب شرط التوازن مجموع متجهات القوى منعدم، يعني الخط المضلعي لمتجهات القوى مغلق. و هو مثلث قائم الزاوية تتحقق فيه العلاقة: $\tan\alpha = \dfrac{F}{P}$ $\leftarrow$ $\boxed{F = m\cdot g\cdot \tan\alpha}$

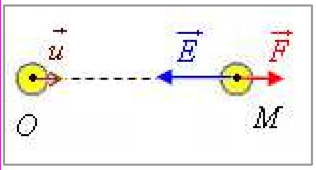
ت.ع. $F = 1,5\times10^{-3}\times9,81\times\tan10° = \underline{2,6.10^{-3}\ N}$

2- مميزات متجهة المجال الكهرساكن الذي تحدثه الشحنة Q في M

$\vec{E} = \dfrac{\vec{F}}{q}$ و $q < 0$ $\leftarrow$ $\vec{E}$ مستقيمية مع $\vec{F}$ في المنحى المعاكس

و شدة المجال الكهرساكن هي: $\boxed{E = \dfrac{F}{|q|}}$ ت.ع. $E = \dfrac{2,6.10^{-3}}{17,6\times10^{-9}} = \underline{1,5.10^{5}\ N.C^{-1}}$

3- إشارة و قيمة Q



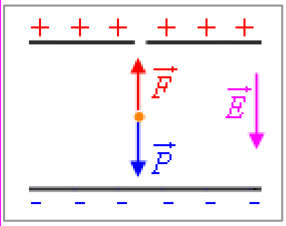
تعبير متجهة المجال الذي تحدثه Q في النقطة M هو: $\vec{E} = K\cdot\dfrac{Q}{r^2}\cdot\vec{u}$ (مع $r = OM$ و $\vec{u} = \dfrac{\overrightarrow{OM}}{OM}$)

و حيث أن $\vec{E}$ مستقيمية مع $\vec{u}$ و في المنحى المعاكس فإن $Q < 0$. و قيمتها هي: $\boxed{|Q| = \dfrac{E\cdot r^2}{K}}$

ت.ع. $|Q| = \dfrac{1,5.10^{5}\times(30\times10^{-2})^2}{9.10^{9}} = \underline{1,5.10^{-6}\ C}$

تمرين 9

1- تمثيل القوى المطبقة على القطرة



تخضع قطرة مشحونة لوزنها $\vec{P}$ و للقوة الكهرساكنة $\vec{F}$. و بما أنها في توازن(متوقفة) فإن القوتين لهما نفس خط التأثير و متعاكستان و لهما نفس الشدة.

2- إشارة شحنة القطرة

$\vec{F} = q\cdot\vec{E}$ مع $\vec{F}$ و $\vec{E}$ متعاكستان $\leftarrow$ $\boxed{q < 0}$

3- تعبير $|q|$ و قيمتها

$$F = P \leftarrow |q|E = mg \leftarrow |q| = \frac{mg}{E}$$

لنعبر عن كتلة القطرة: $m = \rho\cdot V = \dfrac{1}{6}\cdot\rho\cdot\pi\cdot d^3$

و بالتالي: $\boxed{|q| = \dfrac{1}{6}\cdot\dfrac{\rho\cdot\pi\cdot d^3\cdot g}{E}}$ ت.ع. $|q| = \dfrac{1}{6}\times\dfrac{851\times\pi\times(3,28.10^{-3}\times10^{-3})^3\times9,81}{1,92.10^{5}} = \underline{8,0.10^{-19}C}$

4- التحقق من أن قيمة شحنة القطرة عدد مضاعف صحيح للشحنة الابتدائية:

$\dfrac{|q|}{e} = \dfrac{8,0.10^{-19}}{1,6.10^{-19}} = 5$ أي: $\boxed{|q| = 5e}$