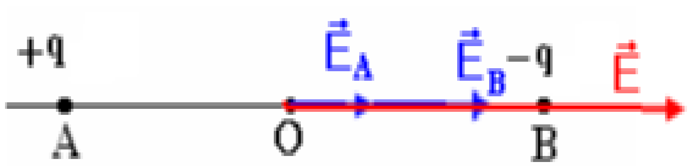
تصحيح تمارين المجال الكهرساكن خاص بالعلوم الرياضية

تمرين 1:

1- مميزات المجال الكهرساكن في نقطة O منتصف AB :

$$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q}{OA^2}$$
$$E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q}{OB^2}$$

مع :OA=OB=a



لدينا: $\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$

بما أن للمتجهتين نفس المنحى والمنظم فإن :

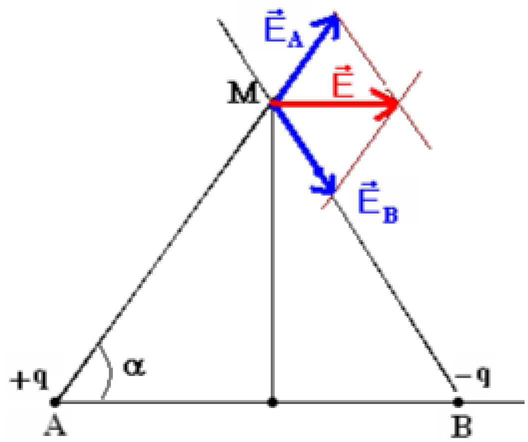
E=$E_A + E_B$=2E_A

$$E = 2 \times \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \times \frac{q}{a^2} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}$$

2- شدة المجال الكهرساكن المحدث في النقطة Mواسط القطعة [A,B] بحيث AM=BM=2a

وبالتالي فإن المثلث AMB متساوي الأضلاع وزاياه متقايسة $\alpha = 60°$كما أن :

$$E_A = E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(2a)^2} = \frac{1}{16\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}$$



حسب الشكل فإن :

$$E = 2E_A cos\alpha$$

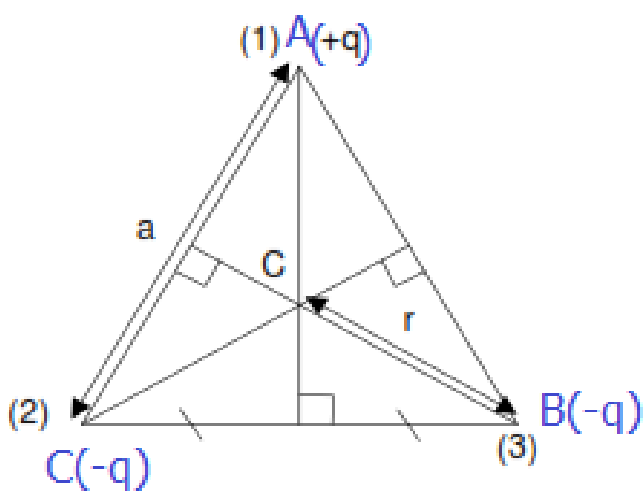
$$E = 2\left(\frac{1}{16\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}\right)cos\alpha$$

بما أن : $cos\alpha = \frac{1}{2}$ فإن :

$$E = \frac{1}{16\pi\varepsilon_0}\frac{q}{a^2}$$

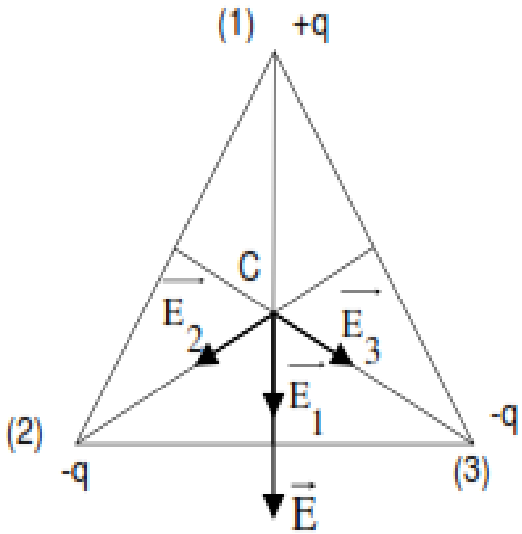
تمرين 2:

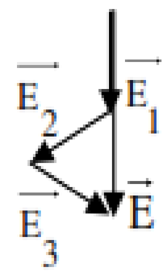
تحدث الشحنة q+ في النقطة C مجالا مركزيا نابذا ، بينما تحدث الشحنة (q-) في نفس النقطة C مجالا مركزيا انجذابيا .
متجهة المجال الكهرساكن الكلي المحدث من طرف الشحن الثلاثة في النقطة C هي $\vec{E}$.



حيث:

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 + \vec{E}_3$$





بما أن للمتجهات الثلاث $\vec{E}_3$ و$\vec{E}_2$ و$\vec{E}_1$ نفس المنظم .

$$E_1 = E_2 = E_3 = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$$

مميزات $\vec{E}$:

- الأصل : النقطة C .
- الإتجاه : المستقيم الرأسي المار من C .
- المنحى : من الأعلى نحو الأسفل .
- المنظم : $E = E_1 + E_2\cos\alpha + E_2\cos\alpha$

$$E = E_1(1 + 2\cos\alpha)$$

ت.ع:

$$r = \frac{a}{\sqrt{3}}$$

$$E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}(1 + 2\cos 60°)$$

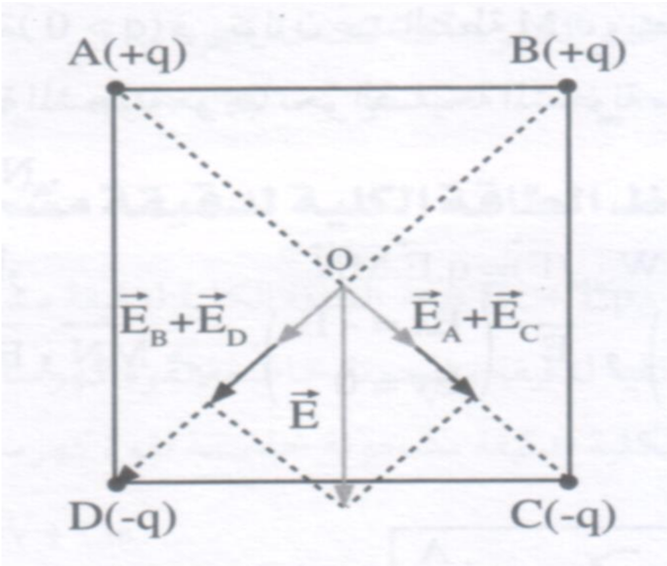
$$E = \frac{3q}{2\pi\varepsilon_o a^2}$$

$$E = \frac{3 \times 0{,}1.1{,}0^{-9}}{2\pi \times 8{,}85.10^{-12} \times (0{,}1)^2} = 539{,}5V.m^{-1}$$

تمرين 3:

1-1- الشحن الموجبة تحدث مجالا نابذا في النقطة O والسالبة تحدث مجالا انجذابيا في نفس النقطة O .
متجهة المجال المحدث من طرف الشحن الأربعة في النقطة O هي $\vec{E}$ حيث :

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D$$



لدينا : $\vec{E}_A = \vec{E}_C$ و $\vec{E}_B = \vec{E}_D$
مميزات $\vec{E}$:

- الأصل :النقطة O .
- الاتجاه : المستقيم الرأسي المارر من O .
- المنحى : من الأعلى نحو الأسفل .
- المنظم : Eحيث :

$$E=\sqrt{(E_A + E_C)^2 + (E_B + E_D)^2}$$

$$E_A = E_B = E_C = E_D = 900V.m^{-1}$$

$$E = \sqrt{(900 + 900)^2 + (900 + 900)^2}$$

$$E = 2545{,}6V.m^{-1}$$

1-2- أ-شدة القوة الكهرساكنة المطبقة من طرف الشحن الأربعة على البروتون هي :

F=eE

$$E = 1{,}6.10^{-19} \times 2545{,}6 = 4{,}07.10^{-16} N$$

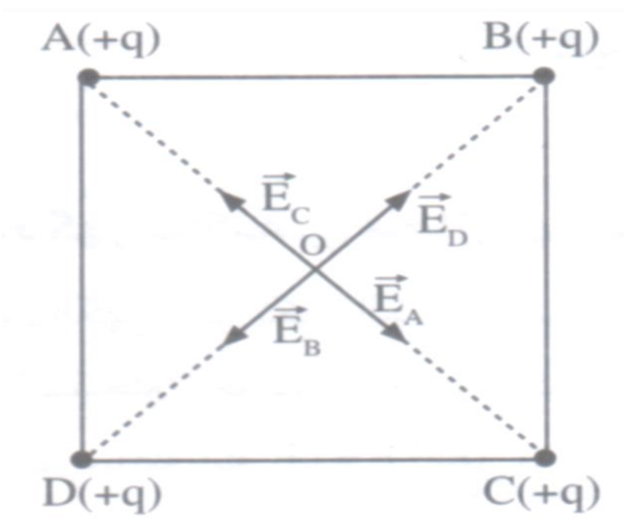
ب- شدة وزن البروتون :

P=mg

$$P = 1{,}7.10^{-27} \times 10 = 1{,}7.10^{-26} N$$

ج- نلاحظ أن P<<F ومنه فإن شدة وزن البروتون مهمل أمام شدة القوة الكهرساكنة .

2- تحدث كل شحنة مجالا مركزيا نابذا حيث :



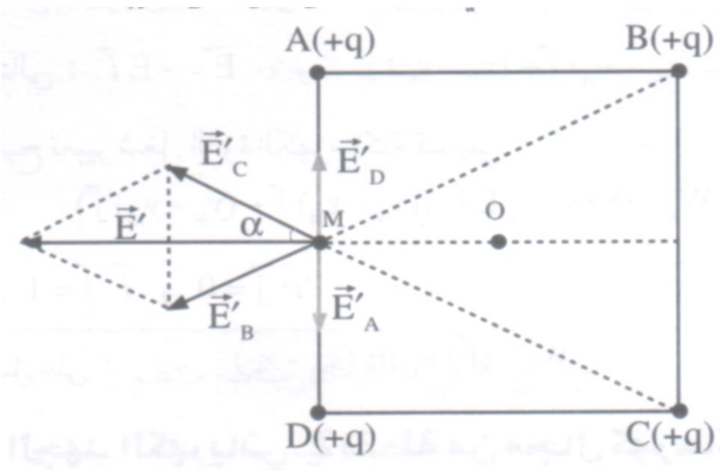
$$\vec{E}_A = -\vec{E}_C \text{ و } \vec{E}_B = -\vec{E}_D$$

وبالتالي شدة المجال منعدم في النقطة O .

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D = \vec{0}$$

تمرين 4:

متجهة المجال الكهرساكن الكلي المحدث من طرف الشحن الأربعة في النقطة M منتصف الضلع [AD]هي $\overrightarrow{E'}$:



$$\overrightarrow{E'} = \overrightarrow{E'}_A + \overrightarrow{E'}_B + \overrightarrow{E'}_C + \overrightarrow{E'}_D$$

لدينا: $\overrightarrow{E'}_A + \overrightarrow{E'}_D = \vec{0}$

وبالتالي: $\overrightarrow{E'} = \overrightarrow{E'}_B + \overrightarrow{E'}_C$

من الشكل نستنتج :

$$E' = 2E'_C \cos\alpha$$

مع :

$$E'_C = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{CM^2}$$

من الشكل لدينا :

$$CM^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + a^2 = \frac{5a^2}{4}$$

$$\cos\alpha = \frac{a}{CM} = \frac{a}{a\frac{\sqrt{5}}{2}} = \frac{2}{\sqrt{5}}$$

$$E' = 2\frac{2}{\sqrt{5}}E'_C$$

$$E' = \frac{4}{\sqrt{5}}\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{CM^2}$$

مع : $\frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = k = 9.10^9(S.I)$

$$E' = \frac{4}{\sqrt{5}}k\frac{q}{CM^2}$$

ت.ع:

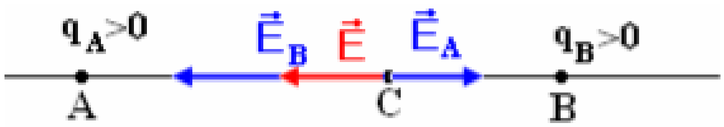
$$E' = \frac{4 \times 9.10^9}{\sqrt{5}}\frac{\times 0,4.10^{-6}}{\frac{5\times 0,1^2}{4}} = 515190V.m^{-1}$$

تمرين 5:

1- نمثل في النقطة C ، من المستقيم AB ، متجهة المجال الكهرساكن المحدث من طرف الشحنتين q_A و q_B :

❖ الحالة الأولى C تنتمي الى القطعة [A,B] :

بما أن الشحنتان موجبتان فإن متجهة المجال $\vec{E}_A$ و $\vec{E}_B$نابذتان أنظر الشكل :



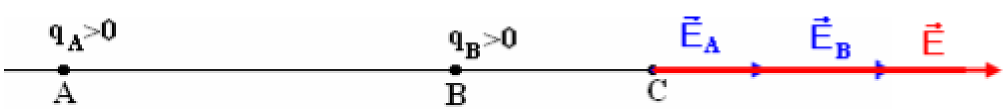
$$E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_B}{BC^2} \text{ و } E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A}{AC^2}$$

$$E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{4q_A}{BC^2} = E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q_A}{AC^2}\frac{4AC^2}{BC^2}$$

$$E_B = \frac{4AC^2}{BC^2}E_A$$

❖ الحالة الثانية B توجد خارج القطعة [A,B] :

* على يمين B: بما أن الشحنتين لهما نفس الإشارة فإن $\vec{E}_A$ و $\vec{E}_B$ نابذتان أي لهما نفس الإتجاه ونفس المنحى :

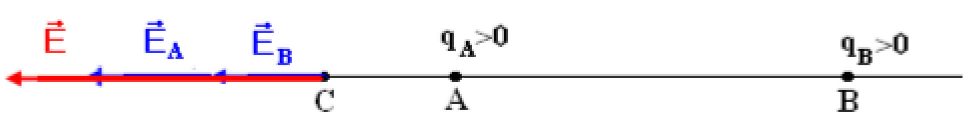


شدتهما تجمعها العلاقة :

$$E_B = \frac{4AC^2}{BC^2}E_A$$

بما أن AC>BC فإن $E_B > E_A$

* على يسار A : بما أن الشحنتين لهما نفس الإشارة فإن $\vec{E}_A$ و $\vec{E}_B$ نابذتان أي لهما نفس الإتجاه ونفس المنحى :



شدتهما تجمعها العلاقة :

$$E_B = \frac{4AC^2}{BC^2} E_A$$

بما أن AC<BC فإن $E_B < E_A$

2- تحديد الموضع C التي تنعدم فيه متجهة المجال الكهرساكن :
بما أن خارج القطعة [A,B] المجالين $\vec{E}_A$ و $\vec{E}_B$ لهما نفس المنحى فغنه لايمكن أن تنعدم متجهة المجال الكهرساكن .
إذن C تنتمي الى القطعة [A,B] :

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B = \vec{0}$$
$$\vec{E}_A = -\vec{E}_B$$

$$E_A = E_B$$

$$E_A = \frac{4AC^2}{BC^2} E_A$$

$$4AC^2 = BC^2 \Rightarrow BC = 2AC$$

نعلم أن :

$$AB = AC + BC \Rightarrow BC = AB - AC$$

ومنه :

$$AB - AC = 2AC \Rightarrow AB = 3AC$$

$$AC = \frac{AB}{3}$$

تمرين 6:

1- بما أن للشحنتين نفس الإشارة فإنهما تتنافران .
حسب قانون كولوم :
- ممزات القوة $\vec{F}_{A/B}$:

*نقطة التأثير : B
*خط التأثير : المستقيم المار من A و B.
*المنحى : من A نحو B .
*الشدة : $F_{A/B}$ حيث :

$$F_{A/B} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{4d^2} \Rightarrow F_{A/B} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_A|.|q_B|}{(AB)^2}$$

ت.ع:

$F_{A/B} = \frac{1}{16\pi\times 8,85.10^{-12}} \times \frac{(10^{-8})^2}{(3.10^{-2})^2}$ نجد : $F_{A/B} = 2,5.10^{-4}N$

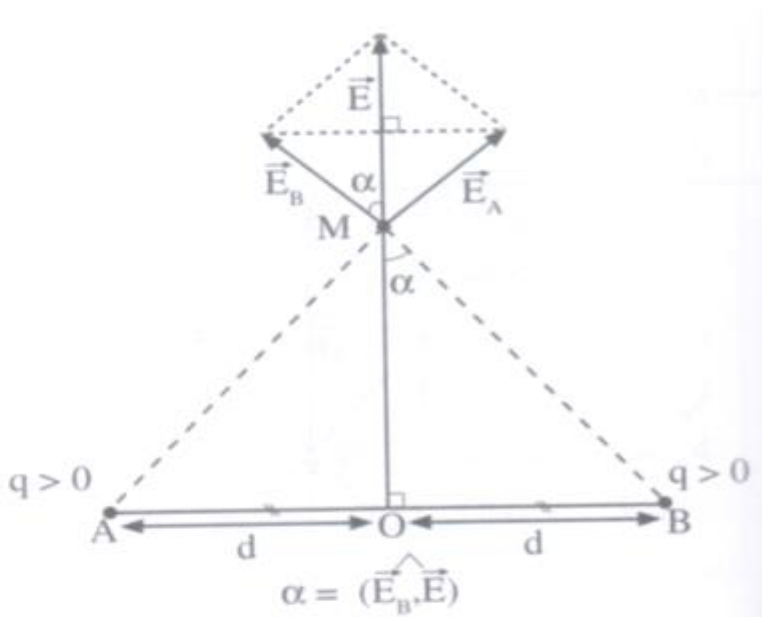
- ممزات القوة $\vec{F}_{B/A}$:

*نقطة التأثير : A
*خط التأثير : المستقيم المار من A و B.
*المنحى:من B نحو A .
*الشدة : $F_{B/A}$ حيث : $F_{B/A} = F_{A/B}$

أي: $F_{B/A} = 2,5.10^{-4}N$

2- تحدث الشحنة q_A مجالا كهرساكنا $\vec{E}_A$ في النقطة Mوتحدث الشحنة q_B مجالا كهرساكنا $\vec{E}_B$ في نفس النقطة ، متجهة المجال الناتج عن الشحنتين هو $\vec{E}$حيث :

$$\vec{E} = \vec{E}_A + \vec{E}_B$$



- شدة المجال المحدث من طرف الشحنة q_A هي :

$E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(AM)^2}$ مع $AM^2 = d^2 + x^2$

- شدة المجال المحدث من طرف الشحنة q_B هي :

$$E_B = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(BM)^2}$$ مع $BM^2 = d^2 + x^2$

بما أن النقطة M تنتمي الى واسط القطعة [A,B]فإن : AM=BM ومنه

$$E_A = E_B$$

اتجاه $\vec{E}$ هو المستقيم الرأسي المار من O و M .

3- منظم متجهة المجال الكهرساكن في النقطة M هو :

$$E = 2E_A \cos\alpha$$

مع : $\cos\alpha = \frac{OM}{BM} = \frac{x}{\sqrt{d^2+x^2}}$

و : $E_A = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{(AM)^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{d^2+x^2}$

وبالتالي :

$$E = \frac{2qx}{4\pi\varepsilon_0(d^2+x^2).\sqrt{d^2+x^2}} = \frac{qx}{2\pi\varepsilon_0(d^2+x^2)^{\frac{3}{2}}}$$

ت.ع:

$$E = \frac{9.10^9\times2\times10^{-8}\times3.10^{-2}}{((0,03)^2+(0,03)^2)^{\frac{3}{2}}}$$ أي: $E = 7.10^4 V.m^{-1}$

4- مميزات القوة الكهرساكنة المطبقة على الشحنة q_M في النقطة M :

لدينا $\vec{F} = q_M.\vec{E}$ مع $q_M < 0$ ومنه :

* نقطة التأثير : النقطة M .
* خط التأثير : اتجاه $\vec{E}$.
* المنحى : منحى $\vec{E}$.
* الشدة : $F = |q_M|E$

ت.ع: $F = 7.10^4 \times 10^{-8}$ نجد : $F = 7.10^{-4}N$

تمرين 7:

الشدة المشتركة للقوة الكهرساكنة المطبقة من طرف الشحنتين على بعضهما البعض :

$$F = F_{A/A'} = F_{A'/A} = k\frac{q^2}{D^2}$$

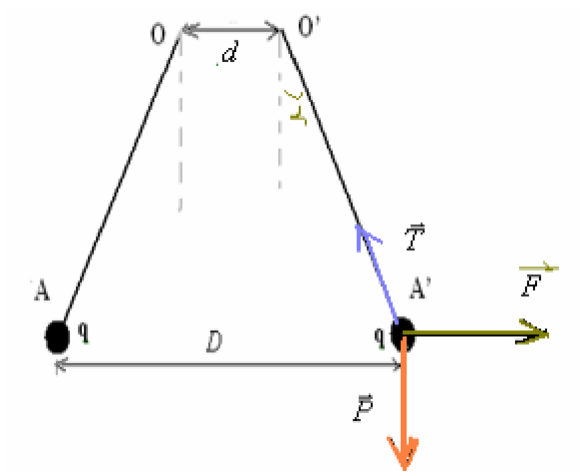
تخضع كرة كل نواس الى ثلاث قوى :

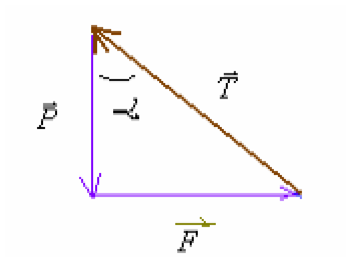
$\vec{F_e}$: القوة الكهرساكنة .

$\vec{P}$: وزن الكرة .

$\vec{T}$: توتر الخيط .

بما أن الكرة في توازن فإن الخط المضلعي للقوى الثلاث مغلق :





من خلال الشكل لدينا :

$$\sin\alpha = \frac{\frac{D-d}{2}}{\ell} = \frac{D-d}{2\ell}$$

$$\sin\alpha = \frac{7-5}{2\times 10} = 0{,}1 \Longrightarrow \alpha = 5{,}74°$$

من الخط المضلعي :

$$\tan\alpha = \frac{F}{P} \Rightarrow F = mg\tan\alpha$$

$$k\frac{q^2}{D^2} = mg\tan\alpha \Rightarrow |q| = D\sqrt{\frac{mg\tan\alpha}{k}}$$

ت.ع:

$$|q| = 0,07\sqrt{\frac{10.10^{-3} \times 10 \times \tan 5,74°}{9.10^9}}$$

$$|q| = 7,4.10^{-8}C$$

وبالتالي :

$q = 7,4.10^{-8}C$ أو q=-$7,4.10^{-8}C$