

تصحيح تمارين حول الطاقة الميكانيكية .

تمرين 2

تعبير طاقة الوضع الثقالية هو : $E_{pp} = mgz + C$ بحيث z أرتوب النقطة M و C ثابتة تتعلق بالحالة المرجعية .
 1 - عند اختيار الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية هي النقطة H أي أن $E_{pp} = 0$ عند $z = 0$ في هذه الحالة $C=0$ وطاقة الوضع تكون كالتالي :

$$E_{pp} = mgz$$

$$z = d \sin \alpha$$

$$E_{pp} = mgd \sin \alpha$$

2 - عند اختيار النقطة B كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية :

$$E_{pp} = 0 \text{ عند } z = a \sin \alpha \text{ أي أن } C = -mga \sin \alpha \text{ وبالتالي } E_{pp} = mg \sin \alpha (d - a)$$

3 - عند اختيار الحالة المرجعية لطاقة الوضع النقطة A هي نفس الحالة المرجعية النقطة H .

تمرين 3

الكرة تتدحرج بدون انزلاق على المستوى المائل . نعتبر (Δ) محور دورانها حول نفسها .

تغير طاقة الوضع بين موضعين لا يتعلق بالحالة المرجعية .

1 - تغير طاقة الوضع عند انتقالها من الموضع A إلى الموضع B :

$$\Delta E_{pp} = mgz_B - mgz_A = mg(z_B - z_A) \text{ وحسب}$$

الشكل يلاحظ أن $z_B - z_A < 0$ وبالتالي :

$$\Delta E_{pp} = -mg(z_A - z_B) = -mgh$$

$$h = AB \sin \alpha$$

وحسب المعطيات أن الكرة خلال انتقالها من A إلى B

$$\Delta \theta = 6 \times 2\pi = 12\pi \text{ أن } \Delta \theta = 6 \times 2\pi = 12\pi$$

وبما أن $AB = R\Delta \theta$: **الكرة تتدحرج بدون انزلاق** :

أي أن :

$$E_{pp} = -mgR\Delta \theta \sin \alpha$$

$$E_{pp} = -0,377J \text{ تطبيق عددي}$$

2 - تغير الطاقة الوضع الثقالية دالة تألفية بالنسبة لعدد الدورات المنجزة من طرفها وليس بالنسبة للزمن t المستغرق خلال حركتها .

تمرين 4

1 - شغل القوة \vec{F} المطبقة من طرف الخيط على الجسم :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \frac{m}{2}(v_B^2 - v_A^2) - mgAB \sin \alpha$$

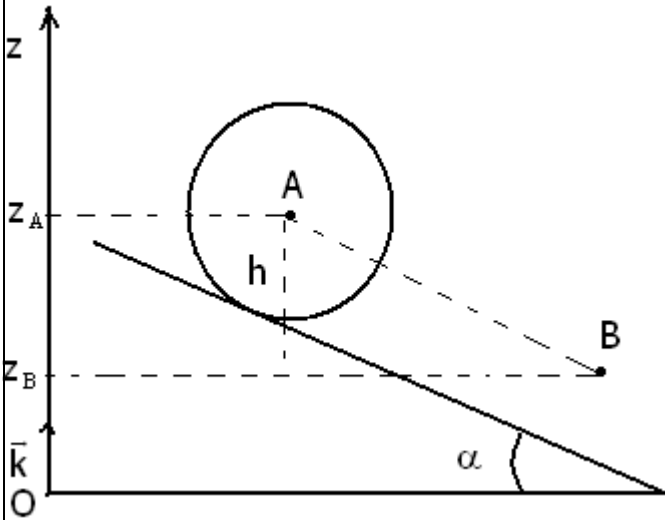
$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = -6,25 \cdot 10^{-2} J$$

شدة القوة \vec{F}

$$F = -\frac{W_{A \rightarrow B}(\vec{F})}{AB} = 0,1N$$

2 - 1 العلاقة بين الزاوية $\Delta \theta$ والمسافة AB : $AB = R\Delta \theta$

2 - 2 نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة P :



$$\frac{1}{2}J_{\Delta}\omega_B^2 - \frac{1}{2}J_{\Delta}\omega_A^2 = \mathcal{M}_{\Delta}.\Delta\theta + W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{P}_p)$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) = 0, W_{A \rightarrow B}(\vec{P}_p) = 0$$

$$\frac{1}{2}J_{\Delta}\omega_B^2 - \frac{1}{2}J_{\Delta}\omega_A^2 = \mathcal{M}_{\Delta}.\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \frac{AB}{R}, \omega_A = \frac{v_A}{R}, \omega_B = \frac{v_B}{R}$$

وبالتالي $J_{\Delta}(v_B^2 - v_A^2) = 2R^2AB.F$ أي أن

$$J_{\Delta} = \frac{2R^2AB.F}{v_B^2 - v_A^2}$$

تطبيق عددي : $J_{\Delta} = 0,521.10^{-4} \text{ kg.m}^2$

3 _ الجزء BC خشن . ونأخذ المستوى المار من النقطة A كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية .

3 _ 1 تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم S باعتبار الحالة المرجعية أعلاه :

$$E_{pp} = mgz + C \text{ نأخذ } E_{pp} = 0 \text{ عند } z = z_A \text{ وبالتالي : } C = -mgz_A$$

تعبير طاقة الوضع الثقالية هو :

$$E_{pp} = mg(z - z_A)$$

3 _ 2 : نبين أن طاقة الوضع الثقالية لا تتعلق بالحالة المرجعية :

$$\Delta E_{pp} = E_{pp}(C) - E_{pp}(B) = mg(z_C - z_A) - mg(z_B - z_A)$$

$$\Delta E_{pp} = mg(z_C - z_B)$$

وبالتالي فإن تغير طاقة الوضع لا يتعلق بالحالة المرجعية .

3 _ 3 وتغير الطاقة الميكانيكية هو $\Delta E_m = \Delta E_{pp} + \Delta E_C$

* تعبير طاقة الوضع في الجزء BC : نعطي $BC = 100 \text{ cm}$

و $\Delta E_{pp} = mg(z_C - z_B)$ وحسب الشكل فإن $z_C - z_B = -BC \cdot \sin \alpha$ وبالتالي فتعبير تغير طاقة الوضع

الثقالية هو كالتالي :

$$\Delta E_{pp} = -mgBC \sin \alpha$$

* تعبير تغير الطاقة الحركية بين B و C .

$$\Delta E_C = -\frac{1}{2}mv_B^2 \text{ وبالتالي } v_C = 0$$

وبالتالي فتعبير تغير الطاقة الميكانيكية : $\Delta E_m = \Delta E_{pp} + \Delta E_C$

$$\Delta E_m = E_m(C) - E_m(B) = E_{pp}(C) + E_C(C) - E_{pp}(B) - E_C(B)$$

$$\Delta E_m = E_{pp}(C) - E_{pp}(B) + E_C(C) - E_C(B)$$

$$\Delta E_m = -mgBC \sin \alpha - \frac{1}{2}mv_B^2$$

تطبيق عددي : $\Delta E_{pp} = -250.10^{-2} \text{ J}$ و $\Delta E_C = -1,56 \text{ J}$ وبالتالي $\Delta E_m = -4,06 \text{ J}$

3 _ 4 يتبين من خلال هذه النتيجة أن الطاقة الميكانيكية لا تنخفض أي أنها تتحول إلى طاقة حرارية Q

$$\Delta E_m = -Q$$

وبالتالي فالطاقة المفقودة على شكل حرارة هي : $Q = 4,06 \text{ J}$.

$$3 _ 5 : \Delta E_m = W(\vec{f}) \Rightarrow \Delta E_m = -f \cdot BC \text{ لدينا}$$

$$f = -\frac{\Delta E_m}{BC} \text{ : تطبيق عددي : } f = 4,06 \text{ N}$$

تمرين 5

1 - نأخذ سطح البحر الحالة المرجعية لطاقة الوضع الثقالية . عند $z = 0$ $E_{pp} = 0$

$$E_{pp} = mgz$$

بحيث أن $m = \rho_{\text{eau}} V = \rho_{\text{eau}} p \cdot S$ أي أن طاقة الوضع الثقالية للماء المخزون في السد هو :

$$E_{pp} = \rho_{\text{eau}} p S g z$$

تطبيق عددي : $E_{pp} = 250 \cdot 10^{12} \text{ J}$

2 - تغير طاقة الوضع الثقالية إذا اعتبرنا أن كتلة الماء تنزل بكاملها إلى محطة التوليد الكهربائي :

$$\Delta E_{pp} = -\rho_{\text{eau}} p S g \Delta z = -180 \cdot 10^{12} \text{ J}$$

3 - القدرة الكهربائية هي : $P = 0,75 \frac{-\Delta E_{pp}}{\Delta t} = 60 \cdot 10^5 \text{ Watt}$

تمرين 6

حساب السرعة الزاوية لمركز قصور الساق عند مروره من موضع توازنه المستقر :
القوى المطبقة على الساق هي :

\vec{P} وزن الساق ، \vec{R} تأثير المحور على الساق .

شغل القوة \vec{R} منعدم وفي غياب الاحتكاكات القوة الوحيدة التي تنجز شغلا هي وزن الجسم أي أن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية .

الحالة البدئية : $E_{C1} = 0$ لأن $\omega_1 = 0$

بحيث أن $E_{pp1} = mgz$ (نأخذ كحالة مرجعية $z = \frac{\ell}{2}(1 - \cos \theta)$)

$$(z = 0 \text{ عند } E_{pp} = 0)$$

أي أن $E_{pp1} = \frac{mg\ell}{2}(1 - \cos \theta)$ وبالتالي فالطاقة الميكانيكية هي :

$$E_{m1} = \frac{mg\ell}{2}(1 - \cos \theta)$$

الحالة النهائية : $E_{C2} = \frac{J_{\Delta} \omega_2^2}{2}$ و $E_{pp2} = 0$ وبالتالي فالطاقة

$$E_{m2} = \frac{J_{\Delta} \omega_2^2}{2} : \text{الميكانيكية النهائية هي}$$

بما أن

$$J_{\Delta} = \frac{1}{3} m \ell^2 \Rightarrow E_{m2} = \frac{m \ell^2 \omega_2^2}{6}$$

هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية للساق أي أن $E_{m1} = E_{m2}$

$$\frac{m \ell^2 \omega_2^2}{6} = \frac{mg\ell}{2}(1 - \cos \theta)$$

تطبيق عددي : $\omega_2 = 3,83 \text{ m/s}$ $\omega_2 = \sqrt{\frac{3g}{\ell}(1 - \cos \theta)}$

تمرين 7

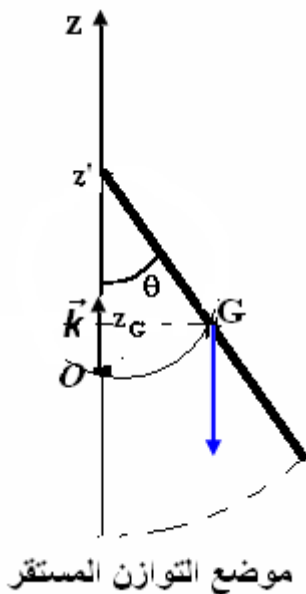
1 - تعبير الطاقة الميكانيكية في الموضع A :

$$E_m(A) = E_C(A) + E_{pp}(A)$$

$E_C(A) = 0$ لأن $v_A = 0$ و $E_{pp}(A) = mgz_A$ (اختير كحالة مرجعية سطح الأرض $z = 0$)

بحيث أن $z_A = AB \sin \theta + r(1 - \cos \theta)$ أي أن $E_m(A) = mgr(1 + 4 \sin \theta - \cos \theta)$

تطبيق عددي : $E_m(A) = 9,71 \text{ J}$



2 - حساب طاقة الوضع الثقالية في الموضع B : $E_{pp}(B) = mgz_B = mgr(1 - \cos \theta)$

تطبيق عددي : $E_{pp}(B) = 1,23J$

حساب الطاقة الحركية للجسم S في B .

بما أن الطاقة الميكانيكية تنحفظ لغياب الاحتكاكات وأن وزن الجسم القوة الوحيدة التي تشتغل :
 $E_m(B) = E_c(B) + E_{pp}(B) \Rightarrow E_c(B) = E_m(B) - E_{pp}(B)$ وبما أن الطاقة الميكانيكية تنحفظ :

$$E_m(A) = E_m(B) = 9,71J$$

وبالتالي $E_c(B) \approx 8,48J$

3 - نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين D و B :

$$W_{B \rightarrow D}(\vec{R}) = 0$$

$$v_D = 4,39m/s \text{ : تطبيق عددي } v_D = \sqrt{v_B^2 - 2gr\left(\frac{1}{2} + \cos \theta\right)}$$

2 - الطاقة المفقودة على شكل حرارة أثناء الانتقال AB :

$$E_m(B) = \frac{mv_B^2}{2} + 1,23J = 5,23J \text{ و } E_m(A) = 9,71J \text{ بحيث أن } \Delta E_m = E_m(B) - E_m(A)$$

وبالتالي $\Delta E_m = -5,71J$ أي أن الطاقة المفقودة على شكل حرارة هي $\Delta E_m = -Q$ أي أن $Q = 5,71J$

شدة القوة \vec{f} :

$$\Delta E_m = -f \cdot AB \Rightarrow f = -\frac{\Delta E_m}{AB} = 2,85N$$