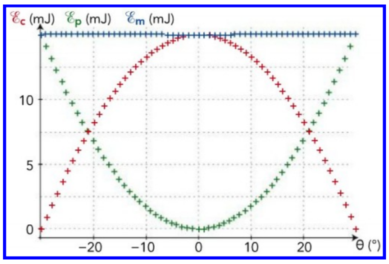
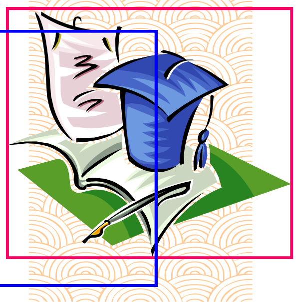



الجزء I : الشغل الميكانيكي و الطاقة

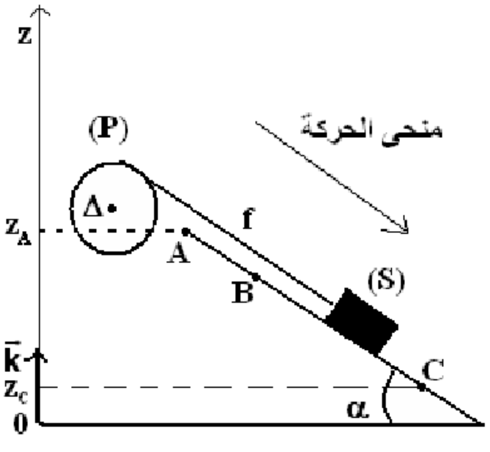
الدرس 4 : طاقة الوضع الثقالية و الطاقة الميكانيكية

السلسلة ④ II



## التمرين 01

α




I) نعتبر المجموعة الممثلة في الشكل جانبه و المكونة من :

- بكرة (P) بإمكانها الدوران حول محور ثابت أفقي Δ، شعاعها r=5cm و عزم قصورها $J_\Delta$ بالنسبة للمحور Δ .
- خيط (f) ملفوف حول مجرى البكرة. نعتبره غير مدود و كتلته مهملة.
- جسم (S) كتلته m=0,5kg موضوع على مستوى (π) مائل بزاوية α=30° بالنسبة للمستوى الأفقي و مرتبط بالطرف الحر للخيط (f).

نطلق الجسم S من أعلى نقطة على المستوى المائل بدون سرعة بدئية ، و نعتبر حركة الجسم على المستوى المائل تتم بدون احتكاك.

1- بواسطة جهاز ملائم نقيس سرعة الجسم عند مروره بالنقطتين A و B فنجد ان $v_A$=0,5m/s و $v_B$=2,5m/s و المسافة AB=62,5cm .

1-1 بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية أوجد تعبير الشغل $W_{A\to B}(\vec{F})$ ، حيث F القوة التي يطبقها الخيط على الجسم S.

2-1 أحسب $W_{A\to B}(\vec{F})$ و استنتج شدة القوة F .

2- لإيجاد قيمة عزم القصور $J_\Delta$ للبكرة (P) بالنسبة للمحور نقوم بالدراسة التجريبية التالية: عندما يقطع الجسم المسافة AB تدور البكرة بزاوية Δθ .

1-2 أوجد العلاقة بين الزاوية Δθ و المسافة AB .

2-2 بتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة (P) بين أن $J_\Delta = \dfrac{2.F.AB.r^2}{V_B^{\,2}-V_A^{\,2}}$ أحسب $J_\Delta$ .

3- في الواقع أن الجزء BC من المستوى المائل خشن أي أن حركة الجسم على هذا الجزء تتم باحتكاك بحيث ينتج عن هذه الإحتكاكات توقف الجسم S عند النقطة C. نأخذ المستوى الأفقي المار من A كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية.

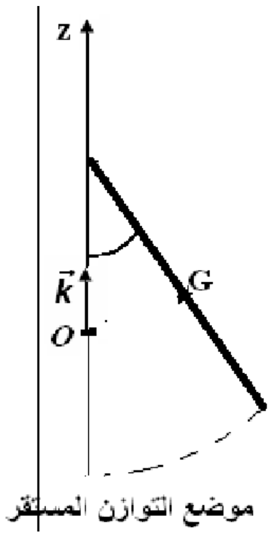
1-3 أعط تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم S باعتبار هذه الحالة المرجعية .

2-3 بين أن تغير طاقة الوضع الثقالية بين B و C لا تتعلق بالحالة المرجعية المختارة.

3-3 أوجد تغير الطاقة الميكانيكية عند انتقال الجسم S من B إلى C . أحسب قيمته. نعطي BC=100cm .

4-3 استنتج الطاقة المفقودة على شكل حرارة اثناء الإنتقال BC.

5-3 استنتج قيمة شدة قوة الإحتكاك التي نعتبرها ثابتة خلال هذا الجزء.




II) ساق متجانسة كتلتها m و طولها l=1m قابلة للدوران،بدون احتكاك، حول محور (Δ) افقي يمر من أحد طرفيها. عزم قصور الساق بالنسبة للمحور (Δ) هو: $J_\Delta = \frac{1}{3}m\ell^2$

نزيح الساق عن موضع توازنها المستقر الرأسي بزاوية ثم نحررها بدون سرعة بدئية. نأخذ $E_{pp}$=0 عند z=0 . أحسب السرعة الزاوية لمركز قصور الساق عندما تمر من موضع توازنه المستقر. نعطي شدة الثقالة g=10N/kg .



"الحياة إما أن تكون مغامرة جريئة...أو لاشيء..." هيلين كيلر

## التمرين 02

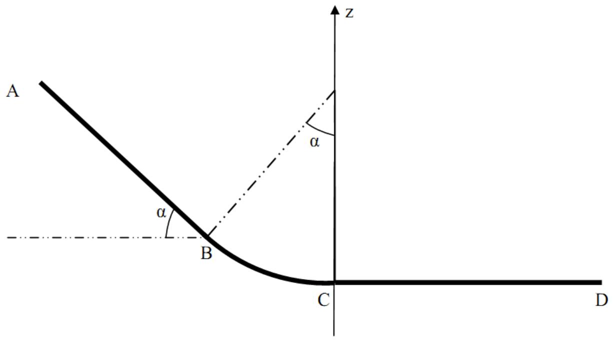
نعتبر جسما صلبا كتلته $m = 0,6kg$ ، قابلا للحركة على المسار ABCD المكون من :

- AB جزء مستقيمي طوله $AB = 3m$ مائل بالزاوية $\alpha = 50°$ بالنسبة للمستوى الأفقي .
- BC جزء من دائرة شعاعها $r = 80cm$ .
- CD جزء مستقيمي أفقي طوله $CD = 3m$ .

نطلق الجسم S من النقطة A بدون سرعة بدئية ، الحركة على المسار ABC تتم بدون احتكاك.

نختار المستوى الأفقي المار من C مرجعا لطاقة الوضع الثقالية.

نعتبر النقطة C أصلا للأناسيب.



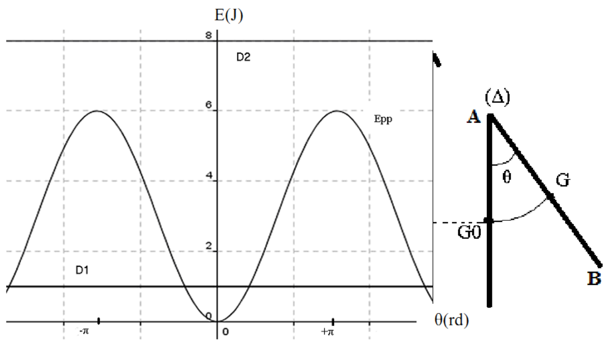

1. عبر عن طاقة الوضع الثقالية والطاقة الميكانيكية للجسم S في الموضع A. أحسب قيمها.
2. أحسب كلا من طاقة الوضع الثقالية والطاقة الحركية للجسم S في الموضع B.
3. أحسب كلا من طاقة الوضع الثقالية والطاقة الحركية للجسم S في الموضع C.
4. يصل الجسم S عند النقطة D بسرعة منعدمة.أحسب شدة قوة الاحتكاك بين النقطتين C و D .

استنتج كمية الحرارة المحررة خلال الانتقال CD .

## التمرين 03

نعتبر نواسا وازنا مكونا من قضيب متجانس طوله $AB = 2l = 80\ cm$ وكتلته m=400g ، يدور بدون احتكاك في مستوى رأسي في مجال الثقالة g=10N/kg حول محور Δ أفقي يمر من طرفه A .

نعطي للنواس طاقة حركية Ec عند سكونه بموضع توازنه المستقر.يمثل الشكل مخطط الطاقة للمجموعة بدلالة الزاوية θ التي يقيمها النواس مع الخط الرأسي بالنسبة لتجربتين مختلفتين .




1. التجربة الأولى: $E_C = E_{C1}$ : المستقيم D₁ يمثل تغيرات الطاقة الميكانيكية للمجموعة.

1.1. أوجد مبيانيا $E_{C1}$ .

1.2. استنتج $\theta_{max}$ القيمة القصوية للزاوية θ. صف حركة النواس .

2. التجربة الثانية: $E_C = E_{C2}$ : المستقيم D₂ يمثل تغيرات الطاقة الميكانيكية للمجموعة .

2.1. أوجد مبيانيا $E_{C2}$ .

2.2. حدد مبيانيا قيمتي $E_{Cmax}$ و $E_{Cmin}$ ثم $\omega_{max}$ و $\omega_{min}$ وهي على التوالي القيم القصوية والدنوية للطاقة الحركية ثم للسرعة الزاوية للنواس .

نعطي تعبير عزم قصور النواس بالنسبة للمحور Δ : $J_\Delta = \frac{1}{3}mL^2$ .

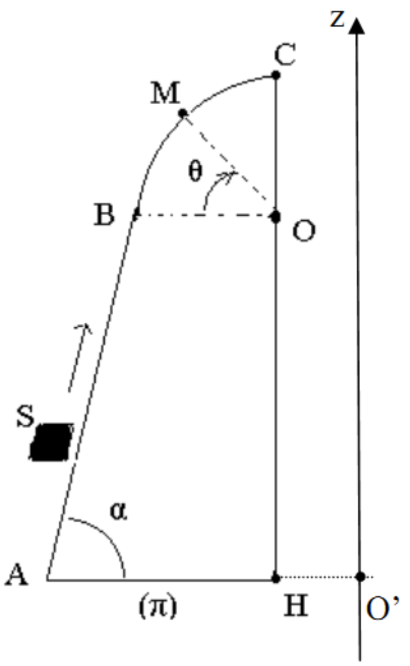
## التمرين 04

نعتبر المدار ABC المكون من الجزء المستقيمي AB والجزء الدائري $\overset{\frown}{BC}$ شعاعه r=OB=OC .

نرسل من النقطة A جسما (S) كتلته m = 50 g شبيه بنقطة مادية بسرعة $v_A = 5ms^{-1}$ نحو الأعلى في الاتجاه AB . فينزلق على الجزء AB ليصل إلى النقطة B بالسرعة $V_B$ .

نعتبر المستوى $(\pi)$مرجعا لطاقة الوضع الثقالية .

نعطي : $\alpha = 60°$ ، $g=10m.s^{-2}$ ، $AB = 2r = 1m$ .




باستعمال تغير الطاقة الميكانيكية للجسم S ، أوجد :

1. تعبير السرعة $V_B$ . أحسب قيمتها .
2. تعبير السرعة $V_M$ بنقطة M من القوس $\overset{\frown}{BC}$ .

استنتج قيمة الزاوية θmax الأفصول الزاوي للنقطة M حيث يتوقف الجسم S.

3. أعط تعبير و أحسب قيمة السرعة الدنوية التي يجب أن ينطلق بها الجسم S من النقطة A لكي يصل إلى النقطة C في الحالتين التاليتين :

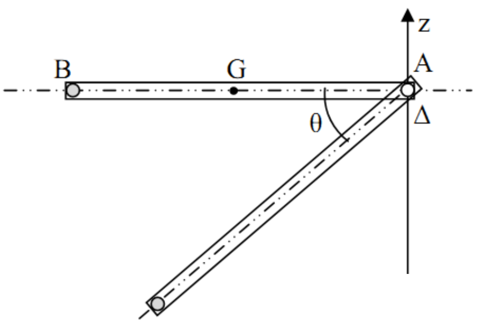
3.1. الحركة تتم بدون احتكاك طول السكة ABC.

3.2. الحركة تتم باحتكاك طول السكة ABC حيث قوة الاحتكاك $\vec{f}$ تبقى مماسة للمسار وشدتها ثابتة $f = 0,2\ N$ .



"الحياة إما أن تكون مغامرة جريئة...أو لاشيء..." هيلين كيلر

## التمرين 05




نعتبر مجموعة ميكانيكية مكونة من عارضة AB متجانسة مركز قصورها G،طولها L و كتلتها m،يمكن أن تدور بدون احتكاك حول المحور Δ الأفقي المار من النقطة A.تعبير عزم قصور المجموعة بالنسبة للمحور Δ : $J_\Delta = \frac{1}{3}mL^2$ .

نعتبر المستوى الأفقي المار من A كمرجع لطاقة الوضع الثقالية والنقطة A كأصل لمحور الأناسيب Az .

نحرر العارضة وهي في وضعها الأفقي بدون سرعة بدئية.معطيات: $L=1,2m$ ، $g=10N.kg^{-1}$ .

1. أعط تعبير الطاقة الميكانيكية للعارضة عند مرورها من الموضع ذي الأفصول θ بدلالة m،g،L،ω و θ.
2. بتطبيق انحفاظ الطاقة الميكانيكية ، أوجد تعبير السرعة الزاوية ω للعارضة عند مرورها بالموضع ذي الأفصول الزاوي θ .
3. أحسب ω بالنسبة للموضع θ=60° .
4. أوجد تعبير السرعة الخطية للنقطة B عند مرور المجموعة من موضع توازنها المستقر .أحسب قيمة هذه السرعة.
5. أوجد بدلالة L و g تعبير السرعة الزاوية الدنوية البدئية التي يجب أن تنطلق بها العارضة من موضعها الأفقي لكي تتمكن من الدوران دورة كاملة. أحسب قيمتها .

# الحلول

## التمرين 01

(I

1 ـ شغل القوة $\vec{F}$ المطبقة من طرف الخيط على الجسم :

$$\underset{A\to B}{W}(\vec{F}) = \frac{m}{2}(v_B^2 - v_A^2) - mgAB\sin\alpha$$

$$\underset{A\to B}{W}(\vec{F}) = -6,25.10^{-2}J$$

شدة القوة $\vec{F}$

$$F = -\frac{\underset{A\to B}{W}(\vec{F})}{AB} = 0,1N$$

2 ـ 1 العلاقة بين الزاوية Δθ والمسافة AB : $AB = R\Delta\theta$

2 ـ 2 نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة P :

$$\frac{1}{2}J_\Delta\omega_B^2 - \frac{1}{2}J_\Delta\omega_A^2 = \mathcal{M}_\Delta.\Delta\theta + \underset{A\to B}{W}(\vec{R}) + \underset{A\to B}{W}(\vec{P}_p)$$

$$\underset{A\to B}{W}(\vec{R}) = 0,\ \underset{A\to B}{W}(\vec{P}_p) = 0$$

$$\frac{1}{2}J_\Delta\omega_B^2 - \frac{1}{2}J_\Delta\omega_A^2 = \mathcal{M}_\Delta.\Delta\theta$$

$$\Delta\theta = \frac{AB}{R},\ \omega_A = \frac{v_A}{R},\ \omega_B = \frac{v_B}{R}$$

وبالتالي $J_\Delta(v_B^2 - v_A^2) = 2R^2AB.F$ أي أن

$$J_\Delta = \frac{2R^2AB.F}{v_B^2 - v_A^2}$$

تطبيق عددي : $J_\Delta = 0,521.10^{-4}kg.m^2$

3 ـ الجزء BC خشن . ونأخذ المستوى المار من النقطة A كحالة مرجعية لطاقة الوضع الثقالية .

3 ـ 1 تعبير طاقة الوضع الثقالية للجسم S باعتبار الحالة المرجعية أعلاه :

$E_{pp} = mgz + C$ نأخذ $E_{pp} = 0$ عند $z = z_A$ وبالتالي : $C = -mgz_A$

تعبير طاقة الوضع الثقالية هو :

$$E_{pp} = mg(z - z_A)$$

3 ـ 2 : نبين أن طاقة الوضع الثقالية لا تتعلق بالحالة المرجعية :

$$\Delta E_{pp} = E_{pp}(C) - E_{pp}(B) = mg(z_C - z_A) - mg(z_B - z_A)$$

$$\Delta E_{pp} = mg(z_C - z_B)$$

وبالتالي فإن تغير طاقة الوضع لا يتعلق بالحالة المرجعية .

3 ـ 3 وتغير الطاقة الميكانيكية هو $\Delta E_m = \Delta E_{pp} + \Delta E_C$

* تعبير طاقة الوضع في الجزء BC : نعطي $BC = 100cm$

$\Delta E_{pp} = mg(z_c - z_B)$ وحسب الشكل فإن $z_C - z_B = -BC.\sin\alpha$ وبالتالي فتعبير تغير طاقة الوضع الثقالية هو كالتالي :

$$\Delta E_{pp} = -mgBC\sin\alpha$$

* تعبير تغير الطاقة الحركية بين B و C .

$v_C = 0$ وبالتالي $\Delta E_C = -\frac{1}{2}mv_B^2$

وبالتالي فتعبير تغير الطاقة الميكانيكية : $\Delta E_m = \Delta E_{pp} + \Delta E_C =$

$$\Delta E_m = E_m(C) - E_m(B) = E_{pp}(C) + E_C(C) - E_{pp}(B) - E_C(B)$$

$$\Delta E_m = E_{PP}(C) - E_{pp}(B) + E_C(C) - E_C(B)$$

$$\Delta E_m = -mgBC\sin\alpha - \frac{1}{2}mv_B^2$$

تطبيق عددي : $\Delta E_{pp} = -250.10^{-2}J$ و $\Delta E_C = -1,56J$ وبالتالي $\Delta E_m = -4,06J$

3 ـ 4 يتبين من خلال هذه النتيجة أن الطاقة الميكانيكية لا تنحفض أي أنها تتحول إلى طاقة حرارية Q بحيث أن $\Delta E_m = -Q$

وبالتالي فالطاقة المفقودة على شكل حرارة هي : $Q = 4,06J$ .

3 ـ 5 : لدينا $\Delta E_m = W(\vec{f}) \Rightarrow \Delta E_m = -f.BC$

$f = -\frac{\Delta E_m}{BC}$ : تطبيق عددي : $f = 4,06N$ .

(II

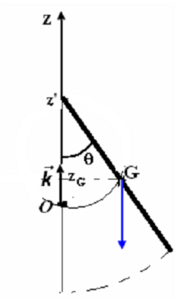
حساب السرعة الزاوية لمركز قصور الساق عند مروره من موضع توازنه المستقر :

القوى المطبقة على الساق هي :

$\vec{P}$ وزن الساق ، $\vec{R}$ تأثير المحور على الساق .

شغل القوة $\vec{R}$ منعدم وفي غياب الاحتكاكات القوة الوحيدة التي تنجز شغلا هي وزن الجسم أي أن هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية .

الحالة البدئية : $E_{C1} = 0$ لأن $\omega_1 = 0$




موضع التوازن المستقر

$E_{pp_1} = mgz$ بحيث أن $z = \frac{\ell}{2}(1-\cos\theta)$ (نأخذ كحالة مرجعية $E_{pp} = 0$ عند $z = 0$)

أي أن $E_{pp_1} = \frac{mg\ell}{2}(1-\cos\theta)$ وبالتالي فالطاقة الميكانيكية هي :

$$E_{m_1} = \frac{mg\ell}{2}(1-\cos\theta)$$

الحالة النهائية : $E_{C_2} = \frac{J_\Delta\omega_2^2}{2}$ و $E_{pp_2} = 0$ وبالتالي فالطاقة الميكانيكية النهائية هي : $E_{m_2} = \frac{J_\Delta\omega_2^2}{2}$

بما أن

$$J_\Delta = \frac{1}{3}m\ell^2 \Rightarrow E_{m_2} = \frac{m\ell^2\omega_2^2}{6}$$

هناك انحفاظ الطاقة الميكانيكية للساق أي أن $E_{m_1} = E_{m_2}$

بحيث أن $\frac{m\ell^2\omega_2^2}{6} = \frac{mg\ell}{2}(1-\cos\theta)$

$\omega_2 = \sqrt{\frac{3g}{\ell}(1-\cos\theta)}$ تطبيق عددي : $\omega_2 = 3,83m/s$ .

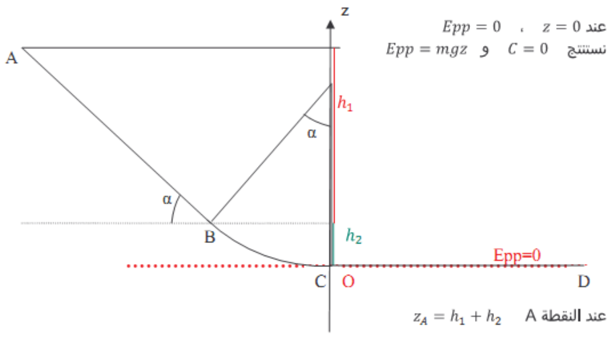


"الحياة إما أن تكون مغامرة جريئة...أو لاشيء..." هيلين كيلر

## التمريـن 02

1. تعبير طاقة الوضع الثقالية : $Epp = mgz + C$ .

عند $z = 0$ ، $Epp = 0$
نستنتج $C = 0$ و $Epp = mgz$




عند النقطة A $z_A = h_1 + h_2$

$h_1 = AB\sin\alpha$

$h_2 = r - r\cos\alpha$ $h_2 = r(1-\cos\alpha)$

$z_A = AB\sin\alpha + r(1-\cos\alpha)$ نستنتج تعبير طاقة الوضع الثقالية بالنقطة A :

$Epp_A = mg(AB\sin\alpha + r(1-\cos\alpha))$ $\Rightarrow$ $Epp_A = mgz_A$

تعبير الطاقة الميكانيكية بالنقطة A : $Em_A = Epp_A + Ec_A$

$Ec_A = 0$ إذن $Em_A = Epp_A$ ، $Em_A = mg(AB\sin\alpha + r(1-\cos\alpha))$

تطبيق عددي : $Em_A = Epp_A = 15{,}20\,J$

2. في الموضع B : $Epp_B = mgz_B$

$z_B = r(1-\cos\alpha)$ ، $Epp_B = mgr(1-\cos\alpha)$

تطبيق عددي : $Epp_B = 1{,}68\,J$

تعبير الطاقة الحركية : في غياب الإحتكاك ، تتحفظ الطاقة الميكانيكية ، إذن $Em_B = Em_A$

$Em_B = Epp_B + Ec_B$ نستنتج $Ec_B = Em_B - Epp_B$

تطبيق عددي : $Ec_B = 13{,}25\,J$ .

3. في الموضع C : $Epp_C = 0$ ( الحالة المرجعية )

تعبير الطاقة الحركية : في غياب الإحتكاك ، تتحفظ الطاقة الميكانيكية ، إذن $Em_C = Em_A$

$Em_C = Ec_C$ نستنتج $Ec_C = 15{,}20\,J$

4. بين C و D ، الحركة تتم باحتكاك ، الطاقة الميكانيكية تتناقص.

تغير الطاقة الميكانيكية يساوي شغل قوى الإحتكاك :

$Em_C - Em_D = W_f$

$Epp_C = 0$ و $Ec_C = 0$ نستنتج $Em_C = 0$

$W_f = -Em_C$ $W_f = -15{,}20\,J$

كمية الحرارة الناتجة عن الإحتكاك هي $Q = 15{,}20\,J$ .

## التمريـن 03

.1

1.1. عند $\theta=0$ ، $Epp=0$ و $Ec=Ec_1=0$ إذن $Em_1=Ec_1$

. $Ec_1=1J$

1.2. الطاقة الميكانيكية تتحفظ أثناء الحركة:

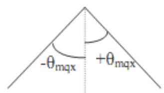
عند $\theta=0$ : $Em_1=Ec_1$

عند $\theta=\theta_{max}$ :

$$Em_1 = Epp_{max} + Ec$$
$$Ec = 0 \Rightarrow Em_1 = Epp_{max} \Rightarrow Em_1 = mgl(1-\cos\theta_{max})$$
$$\Rightarrow Ec_1 = mgl(1-\cos\theta_{max})$$
$$\Rightarrow \cos\theta_{max} = 1 - \frac{Ec_1}{mgl}$$

تطبيق عددي : $\cos\theta_{max} = 0{,}375 \Rightarrow \theta_{max} = 68°$

حركة النواس تذبذبية حول وضع التوازن المستقر بين الزاويتين $-\theta_{max}$ و $+\theta_{max}$ .

| التجربة 1 | التجربة 2 |
| --- | --- |
|   |   |

.2

2.1. عند $\theta=0$ ، $Epp=0$ و $Ec=Ec_2=0$ إذن $Em_2=Ec_2$

. $Ec_2=8J$

2.2. عندما تكون قيمة Epp دنوية تكون قيمة Ec قصوية ، لأن مجموعهما ثابت .

مبيانيا :

$$\theta=0 \quad Epp_{min}=0 \;,\; Ec_{max}=Em_2 \Rightarrow Ec_{max}=8J$$
$$\theta=\pi \quad Epp_{max}=6J \;,\; E_{C\min}+Epp_{max}=Em_2$$
$$\Rightarrow E_{C\min}=Em_2-Epp_{max} \Rightarrow E_{C\min}=2J$$
$$Ec_{max}=\frac{1}{2}J_\Delta\omega_{max}^2 \Rightarrow \omega_{max}=\sqrt{\frac{2Ec_{max}}{J_\Delta}}=\sqrt{\frac{6Ec_{max}}{mL^2}}$$

تطبيق عددي : $\omega_{max}=27{,}40\,rd.s^{-1}$

$$\omega_{min}=\sqrt{\frac{6Ec_{min}}{mL^2}}$$

تطبيق عددي : $\omega_{min}=13{,}70\,rd.s^{-1}$

حركة النواس في التجربة الثانية ليست تذبذبية ، بل دورانية ،حيث يمر من موضع توازنه المستقر بالسرعة الزاوية القصوية ومن موضع توازنه الغير مستقر بالسرعة الزاوية الدنوية.

## التمريـن 04

.1

تعبير طاقة الوضع الثقالية : $Epp = mgz + C$

$z = 0\,, Epp = 0 \Rightarrow C = 0$

نستنتج : $Epp = mgz$

تعبير الطاقة الميكانيكية: $Em = Epp + Ec$

عند النقطة $A$ :

$$Epp_A = 0 \;;\; Ec_A = \frac{1}{2}mv_A^2 \Rightarrow Em_A = \frac{1}{2}mv_A^2$$

عند النقطة $B$ :

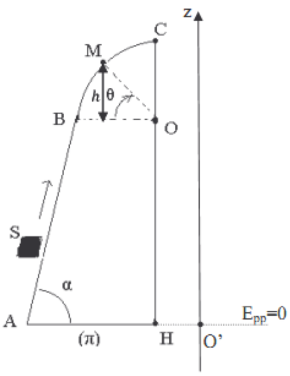
$$Epp_B = mgz_B \;;\; Ec_B = \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow Em_A = mgz_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$

بسبب غياب الاحتكاك ، تتحفظ الطاقة الميكانيكية

طول المسار $AB$ :

$$Em_A = Em_B \Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mgz_B + \frac{1}{2}mv_B^2$$
$$\Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gz_B}$$
$$z_B = AB\sin\alpha \Rightarrow v_B = \sqrt{v_A^2 - 2gAB\sin\alpha}$$

تطبيق عددي : $v_B = \sqrt{25 - 2\times10\times\sin 60} = 2{,}77\,m.s^{-1}$




2. تعبير الطاقة الميكانيكية بالنقطة $M$ :

$$Em_M = Epp_M + Ec_M$$
$$Ec_M = \frac{1}{2}mv_M^2 \qquad Epp_M = mgz_M$$
$$z_M = z_B + h = AB\sin\alpha + r\sin\theta$$
$$\Rightarrow Em_M = mg(AB\sin\alpha + r\sin\theta) + \frac{1}{2}mv_M^2$$
$$Em_M = Em_A$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_A^2 = mg(AB\sin\alpha + r\sin\theta) + \frac{1}{2}mv_M^2$$
$$\Rightarrow v_M = \sqrt{v_A^2 - 2g(AB\sin\alpha + r\sin\theta)}$$

عندما يتوقف الجسم $S$ :

$$v_M = 0 \Rightarrow v_A^2 - 2g(AB\sin\alpha + r\sin\theta_{max}) = 0$$
$$\Rightarrow \sin\theta_{max} = \frac{1}{r}\left(\frac{v_A^2}{2g} - AB\sin\alpha\right)$$

تطبيق عددي : $\sin\theta_{max}=0{,}77 \Rightarrow \theta_{max}=50°$

.3

3.1. الحركة تتم بدون احتكاك ، الطاقة الميكانيكية تتحفظ :

نحدد قيمة السرعة الدنوية التي يجب أن ينطلق بها الجسم لكي يبلغ النقطة $C$ بدون سرعة :



"الحياة إما أن تكون مغامرة جريئة...أو لاشيء..." هيلين كيلر

$$Em_C = Em_A$$
$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_C^2 + mg(AB\sin\alpha + r) = \frac{1}{2}mv_{A\min}^2$$
$$\Rightarrow v_C = 0 \Rightarrow v_{A\min} = \sqrt{2g(AB\sin\alpha + r)}$$

تطبيق عددي : $v_{A\min} = 5,22\ ms^{-1}$

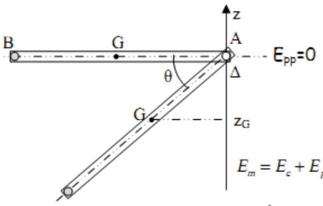
3.2. فرق الطاقة الميكانيكية بين A و C يساوي شغل قوى الإحتكاك من A حتى C :

$$Em_C - Em_A = W(\vec{f})$$
$$(\frac{1}{2}mv_C^2 + mgz_C) - (\frac{1}{2}mv_A^2 + mgz_A) = W(\vec{f})$$
$$W(\vec{f}) = -f.AB - f\frac{2\pi r}{4} = -f(AB + \frac{\pi r}{2})$$
$$v_C = 0 \quad ; \quad z_A = 0 \Rightarrow mgz_C - \frac{1}{2}mv_{A\min}^2 = W(\vec{f})$$
$$\Rightarrow mgz_C - \frac{1}{2}mv_{A\min}^2 = -f(AB + \frac{\pi r}{2})$$
$$\Rightarrow mg(AB\sin\alpha + r) - \frac{1}{2}mv_{A\min}^2 = -f(AB + \frac{\pi r}{2})$$
$$\Rightarrow v_{A\min} = \sqrt{2g(AB\sin\alpha + r) + \frac{f}{m}(2AB + \pi r)}$$

تطبيق عددي : $v_{A\min} = 6,45\ m.s^{-1}$

## التمرين 05

1. تعبير الطاقة الميكانيكية للعارضة عند مرورها من الموضع ذي الأفصول θ بدلالة m،g،L،ω و θ:




تعبير الطاقة الحركية : $E_c = \frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$ .

تعبير طاقة الوضع الثقالية : $E_{pp} = mgz_G + C$

$E_{pp}=0$ عند $z=0$ إذن $C=0$ و $E_{pp} = mgz_G$

$$z_G = -\frac{L}{2}\sin\theta \Rightarrow E_{pp} = -mg\frac{L}{2}\sin\theta$$

نستنتج تعبير $E_m$ : $E_m = E_c + E_{pp} \Rightarrow \boxed{E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\omega^2 - mg\frac{L}{2}\sin\theta}$

$$J_\Delta = \frac{1}{3}mL^2 \Rightarrow E_m = \frac{1}{6}mL^2\omega^2 - mg\frac{L}{2}\sin\theta \Rightarrow \boxed{E_m = \frac{mL}{2}\left(\frac{L\omega^2}{3} - g\sin\theta\right)}$$

2. الحركة تتم بدون احتكاك ، إذن الطاقة الميكانيكية تنحفظ :

$$E_m(\theta) = E_m(0) \Rightarrow \frac{mL}{2}\left(\frac{L\omega^2}{3} - g\sin\theta\right) = 0 \Rightarrow \frac{L\omega^2}{3} - g\sin\theta = 0 \Rightarrow \boxed{\omega = \sqrt{\frac{3g\sin\theta}{L}}}$$

3. حساب ω بالنسبة للموضع θ=60° : $\omega = \sqrt{\frac{3\times10\times\sin 60}{1,2}} = 4,65 rd/s$

4. عند مرور المجموعة من موضع توازنها المستقر θ=90° :

$$v_B = L\omega_B \Rightarrow v_B = L\sqrt{\frac{3g\sin\theta}{L}} = \sqrt{3Lg\sin\theta}$$
$$v_B = \sqrt{3\times1,2\times10\times\sin 90} \Rightarrow v_B = 6\,m\,s^{-1}$$

5. تعبير الطاقة الميكانيكية عند الانطلاقة حيث θ=0 و $\omega=\omega_0$ : $E_m = \frac{1}{2}J_\Delta\omega_0^2$

تعبير الطاقة الميكانيكية عند بلوغ العارضة أعلى وضعية بسرعة زاوية منعدمة : $\theta = \frac{3\pi}{2}$ و ω=0 :

$$E_m = -mg\frac{L}{2}\times\sin\frac{3\pi}{2} = -mg\frac{L}{2}\times(-1) = mg\frac{L}{2}$$

من انحفاظ الطاقة الميكانيكية نستنتج : $mg\frac{L}{2} = \frac{1}{2}J_\Delta\omega_0^2 \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{mgL}{J_\Delta}} \Rightarrow \omega_0 = \sqrt{\frac{mgL}{\frac{1}{3}mL^2}} \Rightarrow \boxed{\omega_0 = \sqrt{\frac{3g}{L}}}$

تطبيق عددي : $\omega_0 = \sqrt{\frac{3\times10}{1,2}} \Rightarrow \omega_0 = 5 rd/s$

إذا انطلقت العارضة بالسرعة الزاوية $\omega_0$=5rd/s فإنها تصل أعلى موضع بسرعة منعدمة ،وإذا زادت هذه السرعة عن هذه القيمة ،فإنها تقوم بحركة دورانية.



"الحياة إما أن تكون مغامرة جريئة...أو لاشيء..." هيلين كيلر