تصحيح تمارين السلسلة 3
الشغل والطاقة الحركية
الأولى بكالوريا علوم رياضية وتجريبية 2008 -2007

تمرين 1

1 ـ الطاقة الحركية البدئية : $E_C = \frac{1}{2}mV_0^2$ بحيث أن $V_0 = 27,8m/s$ أي أن $E_{C_0} = 347kJ$

المرجع الذي تم اختياره مرجع غاليلي المرتبط بالأرض .

2 ـ جرد القوى المطبقة على السيارة : $\vec{P}, \vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$ بحيث أن $\vec{f}$ قوة الاحتكاك .

ب ـ شدة قوة الاحتكاك المطبقة من طرف الطريق على العجلات :

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين لحظة الانطلاق ولحظة التوقف المفاجئ .

$$\Delta E_C = \sum_{A\to B} W\left(\vec{F}_i\right) \Leftrightarrow E_{Cf} - E_{ci} = W\left(\vec{P}\right) + W\left(\vec{R}\right)$$

$$W\left(\vec{P}\right) = 0 \quad W\left(\vec{R}\right) = W\left(\vec{R}_N\right) + W\left(\vec{f}\right)$$

$$W\left(\vec{R}_N\right) = 0 \quad W\left(\vec{f}\right) = -f.\Delta\ell$$

$$E_{cf} = 0 \quad E_{Ci} = E_{C0}$$

$$-E_{C0} = -f.\Delta\ell$$

وبالتالي فإن $f = \frac{E_{C0}}{\Delta\ell}$

تطبيق عددي : $f = 3580N$

3 ـ حساب القدرة المتوسطة لقوة الاحتكاك خلال الكبح .

$$\mathscr{P}_m = \frac{W\left(\vec{f}\right)}{\Delta t} \Leftrightarrow \mathscr{P}_m = -\frac{f.\Delta\ell}{\Delta t}$$

تطبيق عددي : $\mathscr{P}_m = -53kW$

تمرين 2

1 ـ القوى المطبقة على السيارة : $\vec{P}, \vec{R} = \vec{R}_N + \vec{f}$ بحيث أن $\vec{f}$ قوة الاحتكاك

2 ـ تعبير شغل القوى المطبقة على السيارة عند انتقاله من A إلى B :

$$\sum W\left(\vec{F}_i\right) = W\left(\vec{P}\right) + W\left(\vec{R}\right)$$

$$= mgAB\sin\alpha - f.AB$$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم عند انتقاله من A إلى B

$$E_{CB} - E_{CA} = \sum W\left(\vec{F}_i\right) \Leftrightarrow -\frac{1}{2}mv_A^2 = mgAB\sin\alpha - f.AB$$

$$f = \frac{mv_A^2}{2AB} + mg\sin\alpha$$

تطبيق عددي : $f = 2286N$ عند مقارنتها نستنتج أن قوة الاحتكاك أقل شدة من وزن الجمع بأربع مرات .

تمرين 3

1 ـ عند وصول الجسم S′ إلى سطح الأرض يقطع الجسم S نفس المسافة h بنفس السرعة لأن الخيط متوتر وغير قابل الامتداد وكتلة البكرة مهملة .

إذا انتقل الجسم S بمسافة $\Delta\ell$ فإن الجسم S′ يسقط ب Δh بحيث أن

$$\Delta\ell = \Delta h \Leftrightarrow v = v'$$

أي أن لهما نفس السرعة .

عندما يتوقف الجسم S′ ، يتابع الجسم S حركته على المستوى π ويكون توتر الخيط منعدم .

2 ـ جرد القوى المطبقة على الجسم S′ :

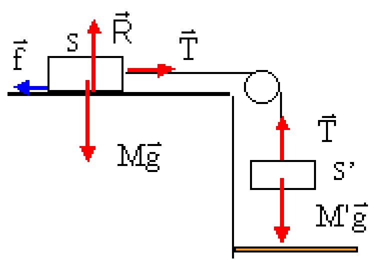
$\vec{T}'$ و $\vec{P}'$.

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على الجسم S′ خلال سقوطه بمسافة h :

$$\frac{1}{2}M'v^2 - \frac{1}{2}M'v_0^2 = W\left(\vec{P}'\right) + W\left(\vec{T}'\right)$$

$$\frac{1}{2}M'v^2 = M'gh - T'h$$

$$v = \sqrt{2gh - \frac{2T'h}{M'}} \quad (1)$$



3 ـ جرد القوى المطبقة على S :

في المرحلة الأولى أي عند قطعه المسافة h : $\vec{P}, \vec{R}, \vec{T}$

في المرحلة الثانية القوى المطبقة عليه : $\vec{P}, \vec{R}$

4 ـ نطبق مبرهنة الطاقة الحركية في المرحلة الأولى :

$$\frac{1}{2}Mv^2 - 0 = T.h - f.h \Leftrightarrow \frac{1}{2}Mv^2 = T.h - f.h \quad (2)$$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية في المرحلة الثانية :

$$0 - \frac{1}{2}Mv^2 = -f(d-h) \Leftrightarrow \frac{1}{2}Mv^2 = f(d-h) \quad (3)$$

من العلاقة (2) و (3) نستنتج أن $f.d = T.h \quad (4)$

في العلاقة (2)

$$\frac{1}{2}Mv^2 = f(d-h)$$

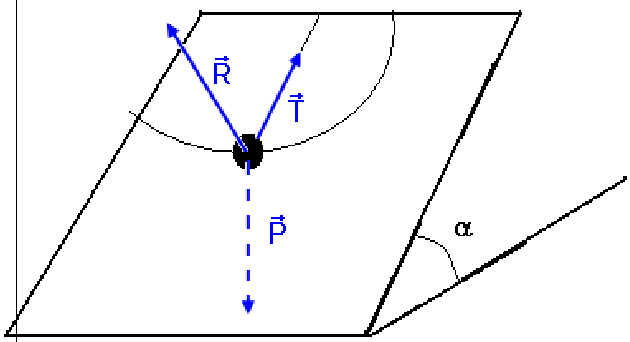
$$v^2 = \frac{2f(d-h)}{M}$$

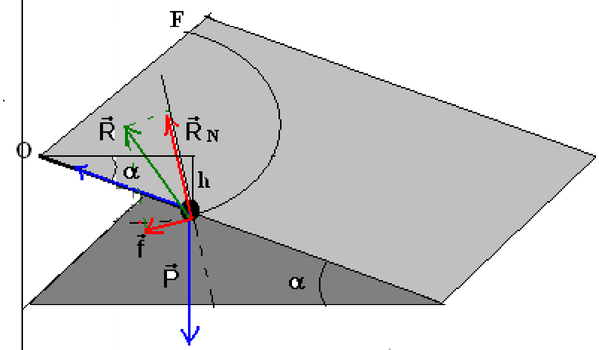
في العلاقة (1)

$$v^2 = 2gh - \frac{2T.h}{M'} \Leftrightarrow \frac{2f(d-h)}{M} = 2gh - \frac{2fd}{M'}$$

$$f\left(\frac{2(d-h)}{M} + \frac{2d}{M'}\right) = 2gh \Leftrightarrow f = \frac{gh}{\left(\frac{(d-h)}{M} + \frac{d}{M'}\right)}$$

$$f = \frac{ghMM'}{M'(d-h) + Md}$$





مقطع للمستوى المائل عند موضع التوازن

تمرين 4

1 ـ مسار حركة الجسم S هو عبارة عن قوس دائري .

2 ـ جرد القوى المطبقة على الجسم S : $\vec{P},\vec{T},\vec{R}$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين موضع توازنه المستقر O والنقطة F :

$$\frac{1}{2}mv_F^{\ 2}-\frac{1}{2}mv_O^{\ 2}=W(\vec{R})+W(\vec{T})+W(\vec{P})$$

$$W(\vec{R})=0,W(\vec{T})=0$$

لأن $\vec{T}$ و $\vec{R}$ متعامدين على المسار .

$$\frac{1}{2}mv_F^{\ 2}-\frac{1}{2}mv_O^{\ 2}=W(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}mv_F^{\ 2}-\frac{1}{2}mv_O^{\ 2}=-mg\ell\sin\alpha$$

$$v_F=\sqrt{v_0^{\ 2}-2g\ell\sin\alpha}$$

تطبيق عددي : $v_F=0,805m/s$

3 ـ عند وجود الاحتكاكات تكون $\vec{R}$ مع الخط المنظمي على المستوى المائل زاوية احتكاك ومنحاها معاكس لمنحى الحركة أي يمكن أن نفككها إلى مركبتين مركبة مماسة للمسار وهي قوة الاحتكاك $\vec{f}$ ومركبة منظمية عمودية على المسار $\vec{R}_N$ وشغلها منعدم

وبالتالي نتطبيق مبرهنة الطاقة الحركية نحصل على :

$$\frac{1}{2}mv^2{}_{F(mesurer)}-\frac{1}{2}mv_O^{\ 2}=W(\vec{P})+W(\vec{f})\quad(1)$$

وفي السؤال الأول قمنا بحساب السرعة في حالة غياب الاحتكاكات أي أن :

$$\frac{1}{2}mv_{F(calculer)}^{\ \ 2}-\frac{1}{2}mv_O^{\ 2}=W(\vec{P})\quad(2)$$

وبالتالي $(1)-(2)\Leftrightarrow\frac{1}{2}mv^2{}_{F(mesurer)}-\frac{1}{2}mv^2{}_{F(calculer)}=W(\vec{f})$

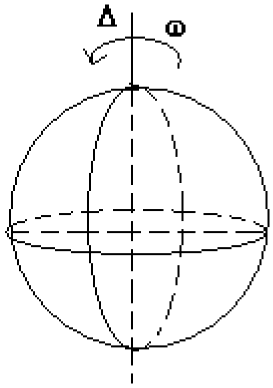
شغل قوة الاحتكاك $\vec{f}$ هو : $W(\vec{f})=-f.\widehat{OF}=-f.\ell.\frac{\pi}{2}$

$$\frac{1}{2}mv^2{}_{F(mesurer)}-\frac{1}{2}mv^2{}_{F(calculer)}=-f.\ell.\frac{\pi}{2}$$

$$f=\frac{mv^2{}_{F(calculer)}-mv^2{}_{F(mesurer)}}{\pi\ell}=0,175N$$

تمرين 5

1 ـ نطبق العلاقة التالية : $E_C=\frac{1}{2}J_\Delta\omega^2$ بحيث أن

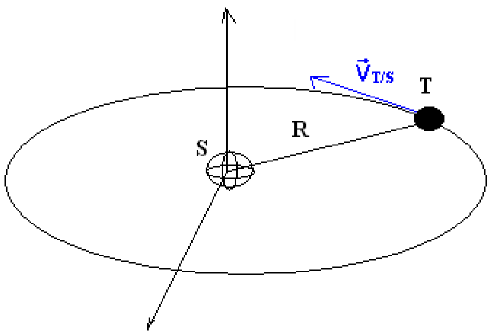


$$J_{\Delta}=\frac{2}{5}M_TR_T{}^2=9,77.10^{37}\,kg.m^2$$

$$\omega=\frac{\Delta\theta}{\Delta t}=\frac{2\pi}{24\times3600}=7,27.10^{-5}\,rad/s$$

تطبيق عددي : $E_C=2,58.10^{27}\,J$

2 ـ طاقتها الحركية عندما تدور حول الشمس :



$$E_C=\frac{1}{2}M_TV^2$$

$$V=R.\Omega$$

بحيث أن Ω السرعة الزاوية التي تدور بها الأرض حول الشمس :

$$\Omega=\frac{\Delta\Theta}{\Delta T}=\frac{2\pi}{365\times24\times3600}=1,99.10^{-7}\,rad/s$$

وبالتالي ف $E_C=2,68.10^{33}\,J$

تمرين 6

1 ـ عزم مزدوجة الاحتكاك

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية بين لحظة توقف المحرك وتوقف الأسطوانة :

$$\frac{1}{2}J_{\Delta}\omega_f{}^2-\frac{1}{2}J_{\Delta}\omega_i^2=\mathcal{M}\Delta\theta$$

$$\omega_f=0,\omega_i=\omega(moteur)=\frac{45.2\pi}{60}=4,71rad/s$$

$$-\frac{1}{2}J_{\Delta}\omega_0{}^2=\mathcal{M}\Delta\theta\Leftrightarrow\mathcal{M}=-\frac{J_{\Delta}\omega^2{}_0}{2\Delta\theta}$$

تطبيق عددي : $\mathcal{M}=-4,4.10^{-4}\,N.m$

2 ـ عند تشغيل من جديد المحرك يجب اعتبار مزدوجة الاحتكاك وبما أن المحرك يدور بسرعة ثابتة أي أن تغير الطاقة الحركية منعدم

$$\Delta E_C=\mathcal{M}+\mathcal{M}_m=0\Leftrightarrow\mathcal{M}_m=-\mathcal{M}=4,4.10^{-4}\,N.m$$

وبالتالي فشغل المحرك :

$$W=\mathcal{M}\Delta\theta\Leftrightarrow W=\mathcal{M}\omega_e\Delta t$$

تطبيق عددي :

$$W=0,124J$$

والقدرة هي : $\mathcal{P}=\mathcal{M}\omega$

تطبيق عددي : $\mathcal{P}=2,07.10^{-3}W$

تمرين 7

1 ـ تعبير النسبة $b=\dfrac{E_{C2}}{E_{C1}}$.

تعبير الطاقة الحركية لجسم في حركة إزاحة : $E_{C1}=\dfrac{1}{2}mV^2$

نعبر عن الطاقة الحركية للبكرة في حالة الدوران حول محورها بالعلاقة التالية :

$$E_{C2}=\frac{1}{2}J_{\Delta}\omega^2=\frac{1}{4}Mr^2.\frac{V^2}{r^2}$$

$$E_{C2}=\frac{MV^2}{4}$$

وبالتالي : $b=\frac{E_{C1}}{E_{C2}}=\frac{M}{2m}$

1 ـ 2 تعبير الطاقة الحركية E_C للمجموعة { بكرة ، (S) }

$$E_C=E_{C1}+E_{C2}$$

من السؤال السابق لدينا : $E_{C2}=bE_{C1}$ أي أن $E_C=E_{C1}\left(1+\frac{M}{2m}\right)$

2 ـ تعبير سرعة (S) .

القوى المطبقة على S خلال سقوطه : $\vec{P},\vec{T}$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على S بين اللحظتين t_A و t_B

$$\frac{1}{2}mv_B^2-\frac{1}{2}mv_A^2=W_{A\to B}\left(\vec{P}\right)+W_{A\to B}\left(\vec{T}\right)$$

$$\frac{1}{2}m\left(v_B^2-v_A^2\right)=mgAB-T.AB$$

$$v_A=0\Rightarrow\frac{1}{2}mv_B^2=mgAB-T.AB\quad(1)$$

نطبق مبرهنة الطاقة الحركية على البكرة :

$$\frac{1}{2}J_{\Delta}\left(\omega_B^2-\omega_A^2\right)=W\left(\vec{P}'\right)+W\left(\vec{R}'\right)+W\left(\vec{T}'\right)$$

$$W\left(\vec{P}'\right)=0,W\left(\vec{R}'\right)=0,\omega_A=0$$

$$\frac{1}{2}J_{\Delta}\omega_B^2=W\left(\vec{T}'\right)$$

$$W\left(\vec{T}'\right)=-W\left(\vec{T}\right)$$

$$\frac{1}{2}J_{\Delta}\omega_B^2=-W\left(\vec{T}\right)\quad(2)$$

من العلاقتين (1) و (2) نستنتج أن : $\frac{1}{2}mv_B^2+\frac{1}{2}J_{\Delta}\omega_B^2=mgAB$

وحسب السؤال الأول توصلنا أن الطاقة الحركية للدوران البكرة هو :

$$\frac{1}{2}J_{\Delta}\omega_B^2=\frac{MV_B^2}{4}\Rightarrow\frac{1}{2}mV_B^2+\frac{MV_B^2}{4}=mg.AB$$

$$V^2{}_B=\left(\frac{2mg.AB}{m+\frac{M}{2}}\right)\Leftrightarrow V_B=\sqrt{\left(\frac{2mg.AB}{m+\frac{M}{2}}\right)}$$

3 ـ 1 تعبير h_1

يصطدم الجسم أول مرة بسطح الأرض بسرعة $\vec{V}_0$ حيث أنه حسب مبرهنة الطاقة الحركية :

$$\frac{1}{2}mV_0^2 = mg.h \Leftrightarrow V_0^2 = 2gh$$

يرتد الجسم نحو الأعلى بسرعة V_1 حيث يصل الجسم بعد الاصطدام الأول إلى ارتفاع h_1

بحيث حسب مبرهنة الطاقة الحركية لدينا : $0 - \frac{1}{2}mV_1^2 = -mgh_1 \Rightarrow h_1 = \frac{V_1^2}{2g}$

لدينا حسب المعطيات $V_1 = -eV_0$ وبالتالي أن $h_1 = \frac{e^2V_0^2}{2g}$ وبما أن $V_0^2 = 2gh$ فإن $h_1 = e^2h$

3 ـ 2 تعبير h_2

بنفس الطريقة نتوصل إلى : $h_2 = e^2h_1 = e^4h$

3 ـ 3 حساب h_5

من الملاحظة التالية وهي :

$$h_1 = e^{2\times 1}h$$

$$h_2 = e^{2\times 2}h$$

.

.

$$h_n = e^{2\times n}h$$

وبالتالي ف $h_5 = e^{2\times 5}h = 34,7cm$