

Corrigés des exercices Travail et énergie cinétique

Exercice 1 :

1- L'énergie cinétique de cylindre en translation :

$$E_C = \frac{1}{2} m \cdot v^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} \times 20 \times 20^2 = 4,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

2- L'énergie cinétique de cylindre en rotation autour d'un axe fixe :

$$E_C = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \omega^2 = \frac{1}{2} m \cdot R^2 \cdot \omega^2$$

$$E_C = \frac{1}{2} \times 20 \times 0,40^2 \times 50^2 = 2,0 \cdot 10^3 \text{ J}$$

Exercice 2 :

- Calcule de l'angle α :

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre

A et B :

$$\Delta E_C = E_{CB} - E_{CA} = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g(z_A - z_B) + R \cdot AB \cdot \cos 90^\circ$$

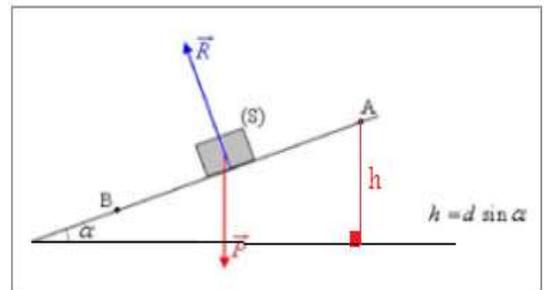
$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g \cdot h + 0$$

$$v^2 = 2g \cdot AB \cdot \sin \alpha$$

$$\sin \alpha = \frac{v^2}{2g \cdot AB}$$

$$\sin \alpha = \frac{8,0^2}{2 \times 9,81 \times 10} = 0,326$$

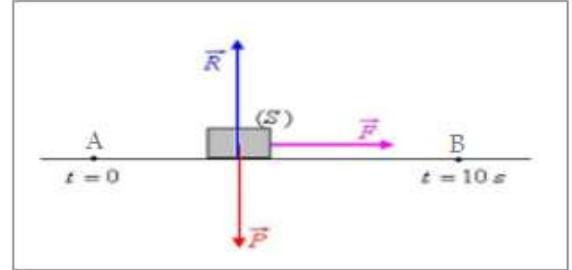
$$\alpha = 19,0^\circ$$



Exercice 3 :

1)- La valeur de la vitesse à l'instant $t = 10s$:

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre l'instant $t = 0$ point A et l'instant $t = 10s$ point B :



$$\Delta E_C = E_{CB} - E_{CA} = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{F})$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v'^2 - \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} + \vec{R} \cdot \overrightarrow{AB} + \mathcal{P} \cdot \Delta t$$

$$\frac{1}{2} m (v'^2 - v^2) = 0 + 0 + \mathcal{P} \cdot \Delta t$$

$$v'^2 - v^2 = \frac{2 \cdot \mathcal{P} \cdot \Delta t}{m}$$

$$v'^2 = v^2 + \frac{2 \cdot \mathcal{P} \cdot \Delta t}{m}$$

$$v' = \sqrt{v^2 + \frac{2 \cdot \mathcal{P} \cdot \Delta t}{m}}$$

$$v' = \sqrt{\left(\frac{30}{3,6}\right)^2 + \frac{2 \times 66 \times 10^3 \times (10 - 0)}{1,5 \times 10^3}} = 30,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$v' = 30,8 \times 3,6 = 111 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

2- la valeur de la force \vec{F} à l'instant $t = 10s$:

La puissance de la force \vec{F} à l'instant $t = 10s$ est :

$$\mathcal{P} = \vec{F} \cdot \vec{v}' = F \cdot v' \cdot \cos 0^\circ = F \cdot v'$$

$$F = \frac{\mathcal{P}}{v'}$$

$$F = \frac{66 \times 10^3}{30,8} = 2,1 \cdot 10^3 \text{ N}$$

Exercice 4 :

1- La hauteur maximale atteinte par la bille :

Système étudié : la bille

Bilan des forces exercé : \vec{P} poids de la bille

Etat du système	Etat initiale	Etat final
altitude	$z_A = 2,0 \text{ m/s}$	$z_B = ?$
Vitesse	$v_A = 10 \text{ m/s}$	$v_B = 0$

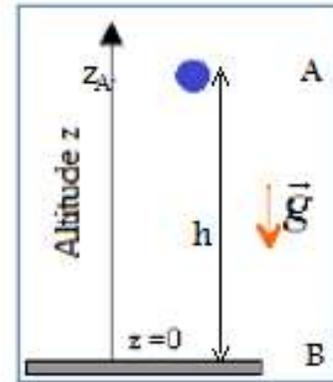
On applique le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = E_{CB} - E_{CA} = W_{A \rightarrow B}(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = m \cdot g(z_A - z_B)$$

$$-\frac{1}{2} v_A^2 = g(z_A - z_B) \Rightarrow z_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{v_A^2}{g} + z_A$$

$$z_B = \frac{1}{2} \cdot \frac{10^2}{10} + 2,0 \Rightarrow z_B \approx 7,1 \text{ m}$$



2- vitesse de la bille lorsqu'elle retombe sur le sol :

Etat du système	Etat initiale	Etat final
altitude	$z_B = 7,1 \text{ m/s}$	$z_0 = 0$
Vitesse	$v_B = 0$	$v_B = ?$

On applique de nouveau le théorème de l'énergie cinétique :

$$\Delta E_C = E_{C0} - E_{CB} = W_{B \rightarrow 0}(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_0^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 = m \cdot g(z_B - z_0)$$

$$\frac{1}{2} v_0^2 = g \cdot z_B \Rightarrow v_0 = \sqrt{2g \cdot z_B}$$

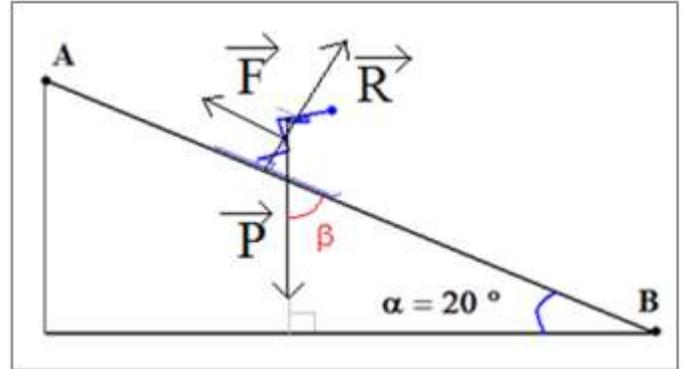
$$v_0 = \sqrt{2 \times 10 \times 7,1} \Rightarrow v_0 \approx 12 \text{ m/s}$$

Exercice 5 :

1- Représentation du skieur avec les différentes forces qui agissent sur lui :

L'inventaire des forces extérieures appliquées sur le skieur :

\vec{P} : le poids vertical, \vec{R} : la réaction normale de la pente, \vec{f} : la force de frottement parallèle à la pente et de sens contraire au déplacement.



2- le poids du skieur :

$$P = m \cdot g = 80 \times 10 = 800N$$

L'angle β :

$$\beta = 180 - 90 - \alpha = 180 - 90 - 20 = 70^\circ$$

3- Le travail du poids au cours de mouvement de A à B :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = \vec{P} \cdot \overrightarrow{AB} = P \cdot AB \cdot \cos\beta$$

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) = 800 \times 200 \times \cos(70^\circ) = 5,47 \cdot 10^4 J$$

4- L'énergie cinétique du skieur à l'arrivée au B :

$$E_{C2} = \frac{1}{2} m \cdot v_2^2$$

$$v_2 = \frac{30\,000}{3600} = 8,3 \text{ m/s}$$

$$E_{C2} = \frac{1}{2} \times 80 \times 8,3^2 = 2,8 \cdot 10^3 J$$

5- L'expression du théorème de l'énergie cinétique appliqué au cas de ce skieur :

$$\Delta E_C = E_{C2} - E_{C1} = W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{R}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{F})$$

6- L'expression du travail de \vec{f} :

$$W_{A \rightarrow B}(\vec{F}) = \vec{F} \cdot \overrightarrow{AB} = F \cdot AB \cdot \cos 180^\circ = -F \cdot AB$$

7- L'intensité de la force f :

$$E_{C2} - E_{C1} = W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{R}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{F})$$

$$\text{Avec } E_{C1} = 0 \quad \text{et } W_{B \rightarrow C}(\vec{R}) = 0$$

$$E_{C2} = W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{F})$$

$$E_{C2} - W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) = -F \cdot AB$$

$$F = -\frac{E_{C2} - W_{B \rightarrow C}(\vec{P})}{AB}$$

$$F = -\frac{2,8 \cdot 10^3 - 5,47 \cdot 10^4}{200}$$

$$F = 2,6 \cdot 10^2 \text{ N}$$

Exercice 6 :

- la vitesse de la bille à son passage par la position d'équilibre :

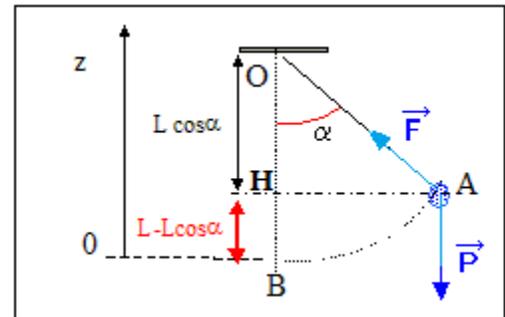
Système étudié : la bille

Forces extérieures appliquées au système :

Le poids : \vec{P}

La tension du fil : \vec{T}

Appliquant le théorème de l'énergie cinétique lors du passage de la bille du point A au point B :



$$\Delta E_C = E_{CB} - E_{CA} = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{T})$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 = m \cdot g(z_A - z_B) + 0$$

$$v_A = 0 \text{ et } z_B = 0$$

$$z_A = OH = OB - OH = L - L \cdot \cos 70^\circ = L(1 - \cos 70^\circ)$$

$$\frac{1}{2} v_B^2 = g \cdot L(1 - \cos 70^\circ)$$

$$v_B^2 = 2 \cdot g \cdot L(1 - \cos 70^\circ)$$

$$v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot L(1 - \cos 70^\circ)}$$

$$v_B = \sqrt{2 \times 9,8 \times 1,00 \times (1 - \cos 70^\circ)}$$

$$v_B \approx 3,6 \text{ m/s}$$

Exercice 7 :

1)- La valeur de moment du couple de frottement :

Application du théorème de l'énergie cinétique entre l'instant d'arrêt du moteur et l'instant d'arrêt du cylindre :

$$E_c = E_{cf} - E_{ci} = W(\vec{P}) + W(\vec{T}) + W_f$$

$$0 - \frac{1}{2}J_{\Delta} \cdot \omega^2 = 0 + 0 + M_f \cdot \Delta\theta$$

$$M_f \cdot \Delta\theta = -\frac{1}{2}J_{\Delta} \cdot \omega^2$$

$$M_f = -\frac{J_{\Delta} \cdot \omega^2}{2\Delta\theta}$$

$$\Delta\theta = 2\pi \cdot n = 2\pi \times 120 = 240\pi \text{ rad}$$

$$\omega = \frac{2\pi N(\text{tr/min})}{60} = \frac{2\pi \times 45}{60} = 1,5 \pi \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$M_f = -\frac{3 \cdot 10^{-2} \times (1,5\pi)^2}{2 \times 240\pi} = -4,4 \cdot 10^{-4} \text{ N} \cdot \text{m}$$

2- Le travail effectué par le moteur pendant une minute :

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre deux instants de durée $\Delta t = 1 \text{ min}$:

$$E_c = E_{cf} - E_{ci} = W(\vec{P}) + W(\vec{T}) + W_f + W_m$$

$$0 - 0 = 0 + 0 + M_f \cdot \Delta\theta + W_m$$

$$W_m = -M_f \cdot \omega \cdot \Delta t$$

$$W_m = -(-4,4 \cdot 10^{-4}) \times 1,5\pi \times 60 = 0,124 \text{ J}$$

La puissance du moteur :

$$\mathcal{P} = \frac{W_m}{\Delta t}$$

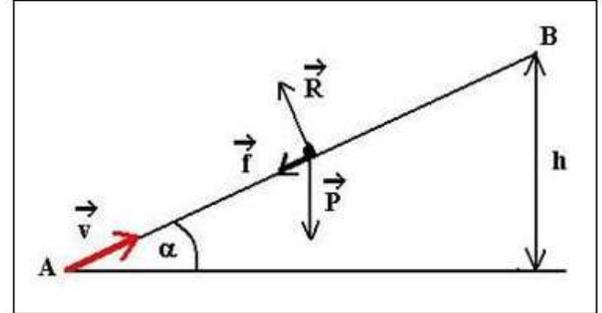
$$\mathcal{P} = \frac{0,124}{60} = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ W} \Rightarrow \mathcal{P} = 2,0 \text{ mW}$$

Exercice 8 :

1- La distance AB :

L'inventaire des forces extérieures appliquées sur le point matériel S :

\vec{P} : le poids vertical, \vec{R} : la réaction normale de la pente, \vec{f} : la force de frottement parallèle à la pente et de sens contraire au déplacement.



On applique le théorème de l'énergie cinétique :

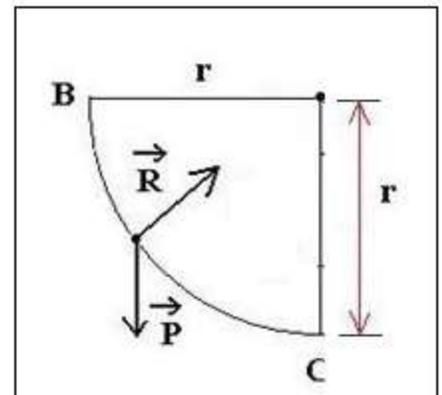
$$\begin{aligned} \Delta E_C &= E_{CB} - E_{CA} = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{R}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{f}) \\ \frac{1}{2} m \cdot v_B^2 - \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 &= \vec{P} \cdot \overline{AB} + \vec{R} \cdot \overline{AB} + \vec{f} \cdot \overline{AB} \\ -\frac{1}{2} m \cdot v_A^2 &= m \cdot g \cdot (z_A - z_B) + 0 + f \cdot AB \cdot \cos 180^\circ \\ -\frac{1}{2} m \cdot v_A^2 &= -m \cdot g \cdot AB \cdot \sin \alpha - f \cdot AB \\ \frac{1}{2} m \cdot v_A^2 &= AB(m \cdot g \cdot \sin \alpha + f) \\ AB &= \frac{m \cdot v_A^2}{2(m \cdot g \cdot \sin \alpha + f)} \\ AB &= \frac{50 \cdot 10^{-3} \times 6^2}{2 \times (50 \cdot 10^{-3} \times 10 \times \sin(60^\circ) + 10^{-2})} \simeq 2,0 \text{ m} \end{aligned}$$

2- La vitesse de S au point C :

L'inventaire des forces extérieures appliquées sur le point matériel S entre B et C :

\vec{P} : le poids vertical, \vec{R} : la réaction normale de la pente (les frottements étant négligés).

On applique le théorème de l'énergie cinétique :



$$\Delta E_C = E_{CC} - E_{CB} = W_{B \rightarrow C}(\vec{P}) + W_{B \rightarrow C}(\vec{R})$$

$$\frac{1}{2}m.v_C^2 - \frac{1}{2}m.v_B^2 = mg(z_C - z_B)$$

$$\frac{1}{2}v_C^2 = g.r \Rightarrow v_C = \sqrt{2g.r}$$

$$v_O = \sqrt{2 \times 10 \times 0,5} \Rightarrow v_O \approx 3,16 \text{ m/s}$$

3- La vitesse de S au point D :

L'inventaire des forces extérieures appliquées sur le point matériel S entre B et C :

\vec{P} : Le poids vertical (corps en chute libre).

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre C et D :

$$\Delta E_C = E_{CD} - E_{CC} = W_{C \rightarrow D}(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}m.v_D^2 - \frac{1}{2}m.v_C^2 = m.g(z_D - z_C)$$

$$\frac{1}{2}v_D^2 - \frac{1}{2}v_C^2 = g(AB.\sin\alpha - r)$$

$$v_D^2 = 2.g(AB.\sin\alpha - r) + v_C^2$$

$$v_D = \sqrt{2.g(AB.\sin\alpha - r) + v_C^2}$$

$$v_D = \sqrt{2 \times 10 \times (2,0 \times \sin(60^\circ) - 0,5) + 3,16^2}$$

$$v_D \approx 5,88 \text{ m/s}$$

Exercice 9 :

1- La valeur de la force qu'applique le fil sur le solide :

On applique le théorème de l'énergie cinétique entre l'instant initial et l'instant final :

$$\Delta E_C = E_{Cf} - E_{Ci} = W_{A \rightarrow B}(\vec{P}) + W_{A \rightarrow B}(\vec{T})$$

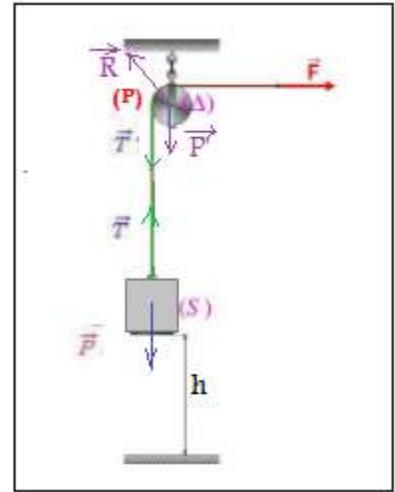
$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = m \cdot g(z_A - z_B) + T \cdot AB \cdot \cos 0$$

$$\frac{1}{2} m \cdot v^2 = -m \cdot g \cdot h + T \cdot h$$

$$T \cdot h = m \left(\frac{1}{2} v^2 + g \cdot h \right)$$

$$T = m \left(\frac{v^2}{2h} + g \right)$$

$$T = 100 \times \left(\frac{4^2}{2 \times 5} + 9,81 \right) = 1141 \text{ N}$$



2- La valeur de la force \vec{F} entre l'instant initial et l'instant final :

$$\Delta E_C = E_{Cf} - E_{Ci} = W(\vec{P}) + W(\vec{R}) + W(\vec{F}) + W(\vec{T}')$$

$$W(\vec{F}) = M_{\Delta}(\vec{F}) \cdot \Delta\theta = F \cdot R \cdot \Delta\theta = F \cdot h \quad (h = R \cdot \Delta\theta)$$

$$W(\vec{T}') = M_{\Delta}(\vec{T}') \cdot \Delta\theta = -T' \cdot R \cdot \Delta\theta = -T' \cdot h = -T \cdot h \quad (T' = T)$$

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \omega^2 - 0 = 0 + 0 + F \cdot h - T \cdot h$$

$$\frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \frac{v^2}{R^2} = h \cdot (F - T)$$

$$F - T = \frac{J_{\Delta} \cdot v^2}{2R^2 \cdot h}$$

$$F = \frac{J_{\Delta} \cdot v^2}{2R^2 \cdot h} + T$$

$$F = \frac{5 \cdot 10^{-3} \times 4^2}{2 \times 0,10^2 \times 5} + 1141 = 1142 \text{ N}$$