Mouvement de rotation d'un solide indéformable autour d'un axe fixe

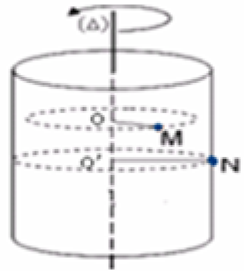
I- Rotation d'un corps solide autour d'un axe fixe:

1)Définition:

Un corps solide est en rotation autour d'un axe fixe si tous ses points décrivent des cercles ou des arcs de cercles dans un plan perpendiculaire à cet axe et centrées sur l'axe.

Exemple:

Les points M et N décrivent deux trajectoires circulaires centrées successivement aux points O et O' sur l'axe Δ et leurs trajectoires appartiennent à un plan perpendiculaire à l'axe de rotation.



Durant la rotation, pendant la même durée Δt, tous les points du solide tournent du même angle θ.

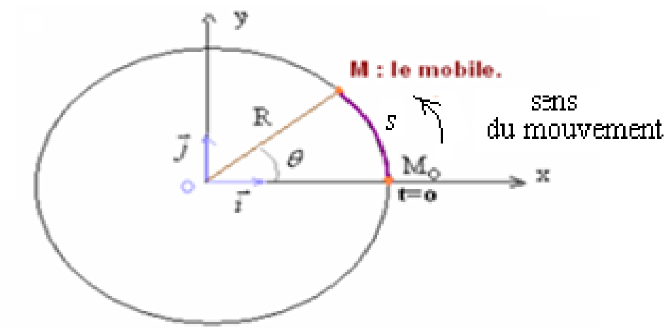
2) Repérage du mouvement d'un point d'un solide en mouvement autour d'un axe fixe.

Pour repérer le mouvement d'un point M d'un corps solide en rotation, on considère un repère $(o, \vec{i}, \vec{j})$ confondu avec le plan du mouvement.

Soit M_o la position du mobile à l'instant t=o.
M la position du mobile à l'instant t.

Pour repérer la position du point M on utilise:

- soit l'abscisse curviligne : $s = \widehat{MM_o}$
- Ou bien l'abscisse angulaire : $\theta = (\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM})$



Remarque: on peut utilise les coordonnées cartésienne :

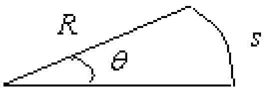
$$\begin{cases} x = R.\cos\theta \\ y = R.\sin\theta \end{cases}$$

Dans ce cas le vecteur position : $\overrightarrow{OM} = x.\vec{i} + y.\vec{j}$

3) Relation entre l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire:

A tout instant l'abscisse curviligne et l'abscisse angulaire sont liés par la relation suivante: $\boxed{s = R\theta}$

- R: rayon de la trajectoire circulaire en (m).
- s: l'abscisse curviligne en (m).
- θ: l'abscisse angulaire en (rad)



4) Vitesse linéaire et vitesse angulaire:

La vitesse linéaire moyenne : $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t}$ en (m/s).

La vitesse angulaire moyenne : $\omega = \dfrac{\Delta \theta}{\Delta t}$: en (rad/s).

5) Relation entre La vitesse linéaire et la vitesse angulaire:

On a: $v = \dfrac{\Delta s}{\Delta t} = \dfrac{\Delta(R.\theta)}{\Delta t} = R\dfrac{\Delta\theta}{\Delta t} = R.\omega \quad \Rightarrow \quad v = R.\omega$

Remarque: La vitesse linéaire instantanée à un instant donnée t_i est la vitesse linéaire moyenne calculée entre les instants t_{i-1} et t_{i+1} : $v_i = \dfrac{M_{i-1}M_{i+1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$ exemple: $v_2 = \dfrac{M_1M_3}{t_3 - t_1}$

La vitesse angulaire instantanée à un instant donnée t_i est la vitesse angulaire moyenne calculée entre les instants t_{i-1} et t_{i+1} : $\omega_i = \dfrac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{t_{i+1} - t_{i-1}}$ exemple $\omega_4 = \dfrac{\theta_5 - \theta_3}{t_5 - t_3}$

6) Activité expérimentale:

.Δ On considère un disque homogène de rayon R capable de tourner autour d'un axe fixe

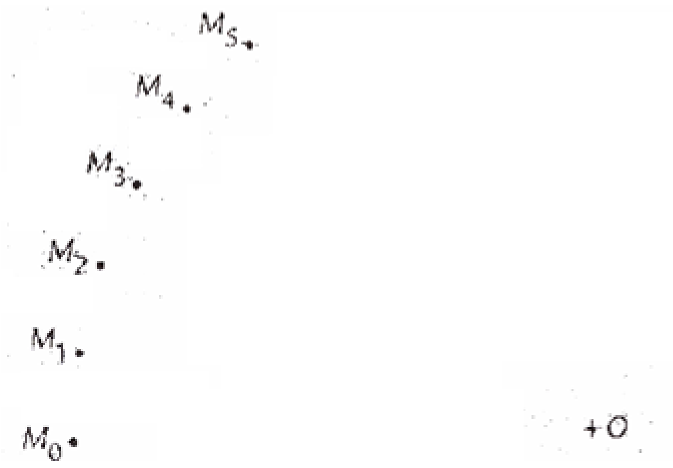
En enregistrant le mouvement d'un point M appartenant à la circonférence du disque pendant des temps successifs et égaux $\tau = 20ms$ on obtient l'enregistrement suivant (figure 1)

1) en utilisant les relations :

$$v_i = \frac{M_{i-1}M_{i+1}}{2\tau} \quad , \quad \omega_i = \frac{\theta_{i+1} - \theta_{i-1}}{2\tau}$$

a) calculer : v_1 , v_2 et v_3.

b) calculer ω_1 , ω_2 et ω_3



II- Mouvement circulaire uniforme:

1) Définition:

Un corps solide est dit en mouvement circulaire uniforme si sa vitesse angulaire est constante au cours du temps et son mouvement devient périodique.

La période T d'un mouvement de rotation uniforme est la durée d'un tour.

1ère Remarque: on a $\omega = \dfrac{\Delta\theta}{\Delta t}$ Pour 1 tour $\Delta\theta = 2.\pi$ et $\Delta t = T$ $\Rightarrow$ $\omega = \dfrac{2.\pi}{T} = 2.\pi.f$

2ème Remarque:

Dans le cas d'un mouvement circulaire uniforme tous les points du solide ont même vitesse angulaire mais la vitesse linéaire qui est donnée par la $v_i = R_i.\omega$ augmente au fur et à mesure que le point s'éloigne de l'axe relation rotation.

2) Equation horaire du mouvement circulaire uniforme:

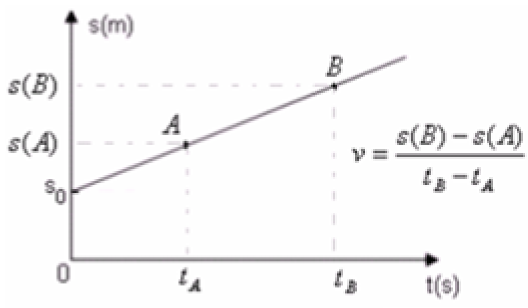
L'équation horaire de l'abscisse curviligne d' mouvement circulaire uniforme est: $s(t) = v.t + s_0$

L'équation horaire de l'abscisse angulaire d' mouvement circulaire uniforme est: $\theta(t) = \omega.t + \theta_0$

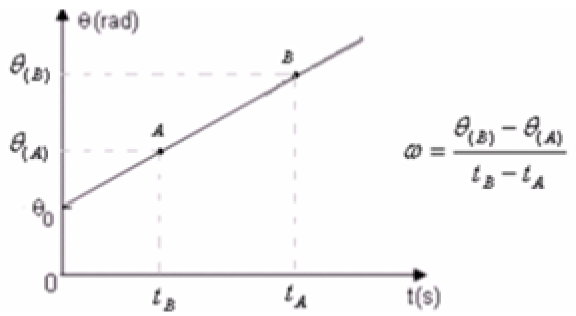
s_0 : l'abscisse curviligne à t=0

θ_0 : L'abscisse angulaire à t=0

s=f(t) est une équation affine son coefficient directeur est égal à v .
on peut déterminer la vitesse linéaire graphiquement de la méthode suivante:



θ =f(t) est une équation affine son coefficient directeur est égal à ω .
on peut déterminer la vitesse linéaire graphiquement de la méthode suivante:



SBIRO Abdelkrim