المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية

الفرض الثاني الخاص بالسنة الأولى بكالوريا علوم رياضية
الجمعة 30 نونبر 2012

أولمبياد الرياضيات 2014

مدة الإنجاز 3 ساعات	**ملحوظة هامة:** على المترشح(ة) أن يكتب على ورقة التحرير: ـ اسمه الكامل (بالحروف العربية و بالحروف اللاتينية) تاريخ ميلاده؛ ـ أسماء المؤسسة والبلدة والنيابة:

Exercice 1 (R MC)

Soient p et q deux nombres réels strictement positifs tels que $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$.

Montrer que $\frac{1}{3}\leq\frac{1}{p(p+1)}+\frac{1}{q(q+1)}<\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{p(p-1)}+\frac{1}{q(q-1)}\geq 1$

تمرين 1

ليكن p و q عددين حقيقيين موجبين قطعا بحيث $\frac{1}{p}+\frac{1}{q}=1$،

بين أن: $\frac{1}{3}\leq\frac{1}{p(p+1)}+\frac{1}{q(q+1)}<\frac{1}{2}$ و $\frac{1}{p(p-1)}+\frac{1}{q(q-1)}\geq 1$

Exercice 2 (SAMC):

Montrer que pour tout nombre reel x : $x^6+x^4-x^3-x+\frac{3}{4}>0$

تمرين 2:

بين أن المتراجحة $x^6+x^4-x^3-x+\frac{3}{4}>0$ صحيحة بالنسبة لكل عدد حقيقي x

Exercice 3 : (Slov MO)

Soit P un polynôme de degré 2 avec au moins un coefficient qui n'est pas un entier relatif et tel que: $\forall n\in\mathbb{Z}, P(n)\in\mathbb{Z}$.

Montrer que tous les coefficients du polynôme $Q(x)=P(x)-\frac{1}{2}x(x+1)$ appartiennent à $\mathbb{Z}$.

تمرين 3

لتكن P دالة حدودية من الدرجة الثانية بحيث أحد معاملاتها على الأقل ليس بعدد صحيح نسبي و $\forall n\in\mathbb{Z}, P(n)\in\mathbb{Z}$.

بين أن جميع معاملات الدالة الحدودية Q المعرفة ب: $Q(x)=P(x)-\frac{1}{2}x(x+1)$ أعدادا صحيحة نسبية.

Exercice 4(RMC)

Soit ABC un triangle à angles aigus avec $AB\neq BC$, M le milieu du coté $[AC]$, N le point où la médiane (BM) rencontre à nouveau le cercle circonscrit au triangle ABC, H l'orthocentre du triangle ABC, D le point sur le cercle circonscrit pour lequel l'angle $\angle BDH=90°$ et K est le point tel que $ANCK$ un parallélogramme. Montrer que les droites (AC), (KH) et (BD) sont concourantes.

تمرين 4: ليكن ABC مثلثا زواياه حادة بحيث $AB\neq BC$. النقطة M هي منتصف القطعة $[AC]$ و N هي نقطة الالتقاء الثانية للمتوسط (BM) مع الدائرة المحيطة بالمثلث ABC. نسمي H مركز تعامد المثلث ABC (نقطة تلاقي ارتفاعات المثلث) و D نقطة من الدائرة المحيطة بالمثلث ABC بحيث $\angle BDH=90°$ و K نقطة من المستوى بحيث يكون الرباعي $ANCK$ متوازي اضلاع.

بين أن المستقيمات (AC) و (KH) و (BD) تلتقي في نقطة واحدة.