

Exercise 1

تمرين 1

نعلم أن : $x_1 + x_2 = -p$ و $x_1 x_2 = q$

منه : $q - p = x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2$

$$\begin{cases} |q - p| = 1 \\ |x_1 - x_2| = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2| = 1 \\ |x_1 - x_2| = 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2)^2 = 1 \\ (x_1 - x_2)^2 = 1 \end{cases} \Rightarrow (x_1 \cdot x_2 + x_1 + x_2)^2 - (x_1 - x_2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x_1 \cdot x_2 + 2x_1)(x_1 \cdot x_2 + 2x_2) = 0 \Rightarrow x_1 x_2 (x_1 + 2)(x_2 + 2) = 0$$

$$\Rightarrow x_1 = 0 \text{ ou } x_1 = -2 \text{ ou } x_2 = 0 \text{ ou } x_2 = -2$$

• إذا كان : $x_1 = 0$ فإننا نستنتج أن : $|p| = 1$ و $|x_2| = 1$ مما يبين أن كل الأعداد المطلوبة صحيحة نسبية

• إذا كان : $x_1 = -2$ فإننا نستنتج أن : $|2 + x_1| = 1$ منه : $x_1 = -1$ أو $x_1 = -3$ منه : $x_1 \in Z$

و منه : $q = x_1 x_2 = -2x_2 \in \{2; 6\} \subset Z$ و $p = -x_1 - x_2 = 2 - x_2 \in \{3; 5\} \subset Z$

• بالمثل (نظرا للتمائل) نجد نفس النتيجة في الحالتين المتبقيتين .
خلاصة: في جميع الحالات نجد أن الأعداد المطلوبة أعداد صحيحة نسبية.

رغم توصلنا لقيم صحيحة للأعداد المطلوبة منذ البداية ($x_1 = 0$ ou $x_1 = -2$ ou $x_2 = 0$ ou $x_2 = -2$)، لكن ذلك لا يعني نهاية الجواب لأن القيم المحصل عليها ليست قيما تأخذها هذه الأعداد في نفس الوقت ، أي أن الرابط ليس "الواو".

Exercise 2

تمرين 2

$$\begin{cases} x^2 - 4y + 7 = 0 \\ y^2 - 6z + 14 = 0 \Rightarrow x^2 + y^2 + z^2 - 2x - 4y - 6z + 14 = 0 \\ z^2 - 2x - 7 = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 6z + 9 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 - 2x + 1 + y^2 - 4y + 4 + z^2 - 6z + 9 = 0 \text{ لدينا:}$$

$$\Rightarrow (x-1)^2 + (y-2)^2 + (z-3)^2 = 0$$

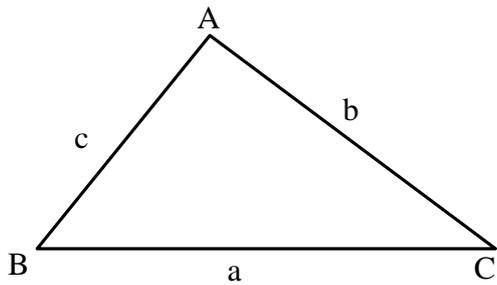
$$\Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ y = 2 \\ z = 3 \end{cases}$$

تمرين سهل طبقنا فيه الخاصية " إذا كان مجموع عدة أعداد حقيقية موجبة منعدما فإن كل الأعداد منعدمة"

Exercise 3

تمرين 3

ليكن ABC مثلثا أطوال أضلاعه a و b و c حيث: $a \leq 2$ و $b \leq 3$ و $c \leq 4$



لدينا: $S_{(ABC)} = \frac{1}{2} ab \sin(\hat{C}) \leq \frac{ab}{2} \leq 3$

و بأخذنا: $a = 2 \leq 2$ و $b = 3 \leq 3$ و $c = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \leq 4$

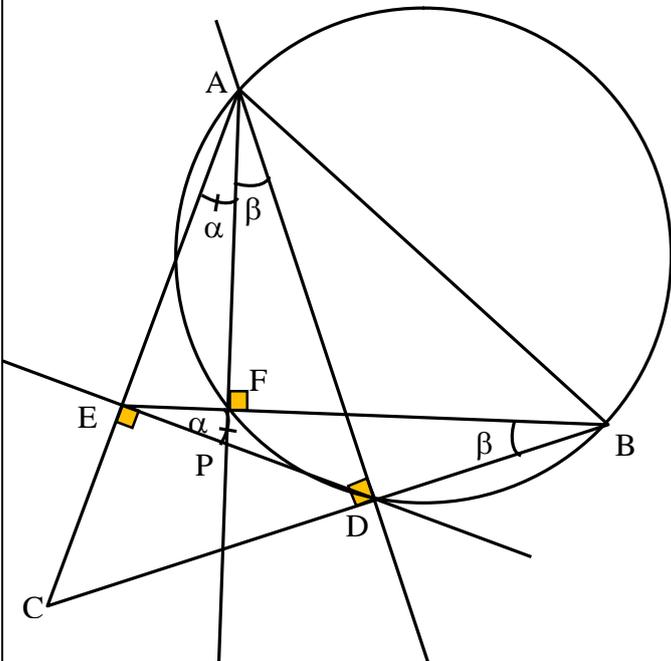
نحصل على مثلث قائم الزاوية في C تكون مساحته: $S_0 = \frac{ab}{2} = 3$

مما يعني أن المساحة $S_0 = 3$ هي أكبر مساحة ممكنة للمثلث ABC و التي يساويها عندما يكون قائم الزاوية.

استعمال صيغة هيرون يجعل التأطير صعبا و لا يفضي للقيمة القصوية، مع ذلك تبقى هذه الصيغة جد هامة حل التمرين يكمن في أن تجعل المساحة مكبورة بعدد ثم تجد مثلثا يحقق الشروط و تكون مساحته هي هذا العدد.

Exercise 4

تمرين 4



بداية نضع: $r = \hat{EAP}$ و $s = \hat{DAP}$
بما أن الرباعي $AFDB$ دائري، إذن بملاحظة زوايا محيطية تحصر نفس القوس .

فإننا نستنتج أن: $\hat{AFB} = \hat{ADB} = 90^\circ$

و: $\hat{FBD} = s$ منه: $\hat{FEP} = 90^\circ - \hat{EPF} = \hat{EAP} = r$

الآن لدينا: في المثلثين APD و APE نجد:

$$\frac{EP}{\sin(r)} = \frac{AE}{\sin(\hat{APE})} \quad \text{و} \quad \frac{DP}{\sin(s)} = \frac{AD}{\sin(\hat{APD})}$$

$$\frac{DP}{EP} \times \frac{\sin(r)}{\sin(s)} = \frac{AD}{AE} \quad \text{منه:}$$

(بقسمة المتساويتين طرفا

بطرف)

$$\frac{DP}{EP} = \frac{AD}{AE} \times \frac{\sin(s)}{\sin(r)} \quad \text{منه:}$$

$$\frac{DP}{EP} = \frac{AD}{AE} \times \frac{ED}{DB} = \frac{AD \times ED}{AE \times DB} \quad \text{منه:} \quad \frac{\sin(s)}{\sin(r)} = \frac{ED}{DB}$$

$$\text{من جهة أخرى لدينا:} \quad \tan(\hat{EAD}) = \frac{ED}{AE} = \frac{CD}{AD} \quad \text{منه:} \quad ED \times AD = CD \times AE$$

$$\frac{DP}{EP} = \frac{AD \times ED}{AE \times DB} = \frac{CD \times AE}{AE \times DB} = \frac{CD}{DB} \quad \text{بالتالي:}$$

الحلول المقترحة هي حلول شخصية وليست حلولاً رسمية