تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

| السنة الأولى علوم رياضية | أولمبياد الرياضيات 2014<br>الفرض الأول<br>الجمعة 23 نونبر 2012<br>حلول مقترحة | السنة الدراسية: 2013/2012 |
| --- | --- | --- |

## تمرين 1 — Exercise 1

نضع: $A=a^6+a^4-a^3-a+1$ ، منه:

$$A=a^6+a^4-a^3-a+1=a^6-a^3+a^4-a^2+a^2-a+1$$

$$A=a^6-a^3+\frac{1}{4}+a^4-a^2+\frac{1}{4}+a^2-a+\frac{1}{4}+\frac{1}{4}$$

$$A=\left(a^3-\frac{1}{2}\right)^2+\left(a^2-\frac{1}{2}\right)^2+\left(a-\frac{1}{2}\right)^2+\frac{1}{4}>0$$

منه: $a^6+a^4-a^3-a+1>0$ أي $\boxed{a+a^3-a^4-a^6<1}$

رغم توصلنا لقيم صحيحة للأعداد المطلوبة منذ البداية ($x_1=0\ ou\ x_1=-2\ ou\ x_2=0\ ou\ x_2=-2$)، لكن ذلك لا يعني نهاية الجواب لأن القيم المحصل عليها ليست قيما تأخذها هذه الأعداد في نفس الوقت ، أي أن الرابط ليس "الواو".

## تمرين 2 — Exercise 2

نضع: $p=xy$ و $s=x+y$ ، نعلم أن $s^2\geq 4p$ إذن: $s^2\geq 4(3-s)$ منه: $s^2+4s\geq 12$ منه: $s^2+4s+4\geq 16$

منه: $(s+2)^2\geq 16$ منه: $s+2\geq 4$ (لأن $s+2>0$) بالتالي $s\geq 2$

$s=2 \Rightarrow p=1$ منه $x$ و $y$ هما حلي المعادلة $t^2-st+p=0$ أي $t^2-2t+1=0$ أي $(t-1)^2=0$ منه: $x=y=1$

عكسيا $\begin{cases}x+y=2\\x+y+xy=3\end{cases} \Rightarrow x=y=1$

تمرين سهل طبقنا فيه الخاصية "إذا كان مجموع عدة أعداد حقيقية موجبة منعدما فإن كل الأعداد منعدمة"

## تمرين 3 — Exercise 3

طريقة 1:

$$(S)\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2=2yz+1\\x+y+z=4018\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+y^2-2yz+z^2=1\\x+y+z=4018\end{cases}\Leftrightarrow\begin{cases}x^2+(y-z)^2=1\\x+y+z=4018\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\begin{cases}\left(\left(|x|=1\right)\ et\ (y=z)\right)\ ou\ \left((x=0)\ et\ \left(|y-z|=1\right)\right)\\x+y+z=4018\end{cases}$$

$$\Leftrightarrow\left(\begin{cases}x=1\\y=z\\1+2y=4018\end{cases}\right)ou\left(\begin{cases}x=-1\\y=z\\-1+2y=4018\end{cases}\right)ou\left(\begin{cases}x=0\\y-z=1\\y+z=4018\end{cases}\right)ou\left(\begin{cases}x=0\\y-z=-1\\y+z=4018\end{cases}\right)$$

$$\Leftrightarrow\left(\begin{cases}x=1\\y=z=2008,5\notin\mathbb{Z}\end{cases}\right)ou\left(\begin{cases}x=-1\\y=z=2009,5\notin\mathbb{Z}\end{cases}\right)ou\left(\begin{cases}x=0\\y=2009,5\notin\mathbb{Z}\\z=2008,5\notin\mathbb{Z}\end{cases}\right)ou\left(\begin{cases}x=0\\y=2008,5\notin\mathbb{Z}\\z=2009,5\notin\mathbb{Z}\end{cases}\right)$$

منه: $S=\varnothing$

طريقة 2:

$$\begin{cases}x^2+y^2+z^2=2yz+1\\x+y+z=4018\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2\ \ impiare\\(x+y+z)^2=4018^2\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}x^2+y^2+z^2\ \ impiare\\x^2+y^2+z^2=4018^2-2(xy+yz+xz)\ \ paire\end{cases}$$

بالتالي: $S=\varnothing$

تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

| تمرين 4 | Exercise 4 |
|---|---|

بداية نضع: $\sim = A\hat{D}F = F\hat{D}C$ و $= D\hat{C}E = E\hat{C}B$

بما أن الرباعي $AFDB$ دائري ، إذن بملاحظة زوايا محيطية تحصر نفس القوس .

فإننا نستنتج أن : $A\hat{B}F = A\hat{D}F = \sim$ و $E\hat{A}B = E\hat{C}B =$

و : $G\hat{E}F = F\hat{D}C = \sim$ و $G\hat{F}E = E\hat{C}D =$

و أيضا : $A\hat{E}F + A\hat{B}F = ®$ و $E\hat{F}B + E\hat{A}B = ®$

منه: $H\hat{E}F = ® - A\hat{E}F = A\hat{B}F = \sim$

و $H\hat{F}E = ® - E\hat{F}B = E\hat{A}B =$

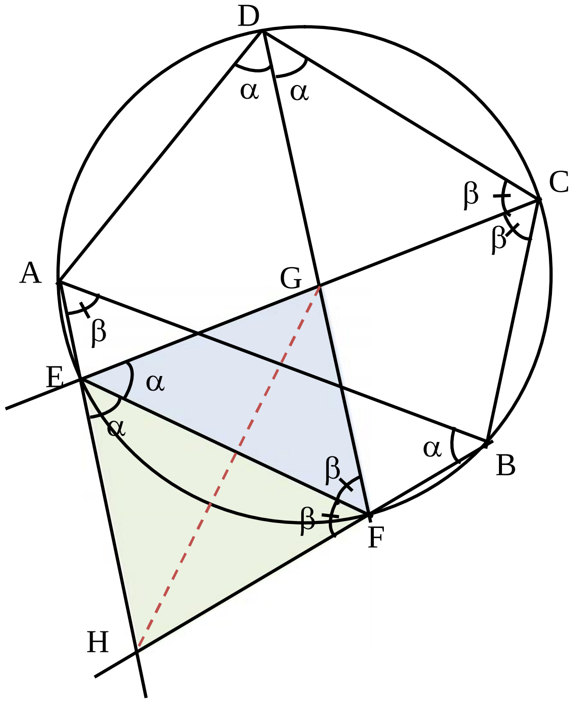
إذن نستنتج مما سبق أن : $G\hat{E}F = H\hat{E}F$ و $\hat{G}FE = H\hat{F}E$

إذن و لكون الضلع $[EF]$ مشترك بين المثلثين $GEF$ و $HEF$ و لهما زاويتان متقايستان فهما متقايسان.

إذن: $EG = EH$ و $FG = FH$

إذن النقطتان $E$ و $F$ تنتميان لواسط $[GH]$ (لأنهما تبعدان بنفس المسافة عن طرفي هذه القطعة)، إذن واسط $[GH]$ هو $(EF)$

بالتالي : $(EF) \perp (GH)$




في كثير من الأحيان يعتمد الحل على قواعد بسيطة من سنوات الإعدادي كالواسط و التماثل المحوري و غيرهما.

الحلول المقترحة هي حلول شخصية و ليست حلولا رسمية