تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

التمرين ①

نعتبر الدالة $f(x)=\dfrac{x^2+1-\cos x}{x+\sin x}$

أ- أحسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

ب- بين أن $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{f(x)}{x}=\dfrac{3}{4}$

ج- بين أن $\forall x>1 \ : \ \dfrac{x^2}{x-1}\le f(x)\le\dfrac{x^2+2}{x-1}$

و استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

د- بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\sin x}{x}=0$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{1-\cos x}{x}=0$

ثم استنتج $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

التمرين②

نضع $f(x)=\sqrt{x^2-2x\cos x+1}$

أ- بين أن $(\forall x\in\mathbb{R}) \quad |x-\cos x|\le f(x)$

ب- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{\cos x}{x}=0$ و حدد $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{\cos x}{x}$

ج- بين أن $(\forall x\in\mathbb{R}^+) \quad f(x)\le x+1$

ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$

التمرين③

نعتبر الدالة $f(x)=\dfrac{x}{a}E\left(\dfrac{b}{x}\right)$ حيث $a>0$ و $b\neq 0$

أ- بين أن $(\forall x\in\mathbb{R}^{+*}) \quad / \ \dfrac{b}{a}-\dfrac{x}{a}<f(x)\le\dfrac{b}{a}$

ب- حدد تأطيرا ل $f(x)$ من أجل $x<0$

ج- استنتج أن $(\forall x\in\mathbb{R}^*) \quad \left|f(x)-\dfrac{b}{a}\right|\le\dfrac{|x|}{a}$

ثم أحسب $\lim\limits_{x\to 0} f(x)$

التمرين ④

1) حدد تبعا لقيم العدد الحقيقي a النهاية التالية:

$$\lim_{x\to 1}\frac{1}{(x-1)^2}-\frac{ax}{\left(x^2-1\right)^2}$$

2) أدرس حسب قيم a النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}\sqrt{x^2+x+1}-ax$

التمرين⑤

نعتبر الدالة $f_m(x)=\dfrac{x^3+mx+1}{x^2+x}$ حيث $m\in\mathbb{R}$

أ- حدد D مجموعة تعريف الدالة f_m

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f_m(x)$

ج- أدرس حسب قيم m النهاية $\lim\limits_{x\to-1} f_m(x)$

التمرين⑥

نعتبر الدالة العددية f المعرفة كما يلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{x^2+(m+1)x-3}{x^2+x} & ; \ x<-1 \\ f(x)=\dfrac{-2x+b}{\sqrt{x^2+2}+1} & ; \ x\ge -1 \end{cases}$$

أ- أحسب $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} f_m(x)$

ب- ناقش حسب قيم m النهاية $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)$

ج- أحسب $\lim\limits_{x\to-1^+} f(x)$ ثم حدد العددين m , b

كي تقبل الدالة f نهاية منتهية في $x_0=-1$

التمرين⑦

أ- أحسب $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(ax+1)^2-1}{x}$

ب- بين بالترجع أن $a\in\mathbb{R}^*$, $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(ax+1)^n-1}{x}=na$

ج- استنتج $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{(6x+1)^{167}+(15x-1)^{67}}{x}$

التمرين⑧

نعتبر الدالة $f(x)=\dfrac{\sin x+E(x)}{x}$

أ- بين أن $\lim\limits_{x\to 0^+} f(x)=1$

ب- أحسب $\lim\limits_{x\to 0^-} f(x)$

ج- بين أن $\left(\forall x\in\mathbb{R}^{+*}\right) \quad |f(x)-1|\le\dfrac{2}{x}$

ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

التمرين⑨

أحسب النهايات التالية:

$$\lim_{x\to+\infty} x^2\left(1-\cos\frac{1}{x}\right) \ , \ \lim_{x\to 0^+}\frac{\sqrt{\tan x}-\sqrt{\sin x}}{x^2\sqrt{x}}$$

$$\lim_{x\to 3}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt{7-x}}{\sqrt{2x+3}-\sqrt{15-2x}} \ , \ \lim_{x\to 0}\frac{x^2}{1-\sqrt{\cos x}}$$

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+2}-\sqrt{4-x}}{x-1} \ , \ \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{x^2+3}-x-1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{2}}$$

$$\lim_{x\to 5}\frac{\sqrt{x+4}-\sqrt{x-4}-2}{\sqrt{x-1}-2}$$

$$\lim_{x\to+\infty}\sqrt{x-\sqrt{x}+1}-\sqrt{x-1}$$

$$\lim_{x\to\sqrt{2}}\frac{\left(1-x^2\right)\sqrt{x^2+2}+2}{x^2-2}$$

بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{1}{x}E(x)=1$, $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2E\left(\dfrac{1}{x}\right)=-\infty$