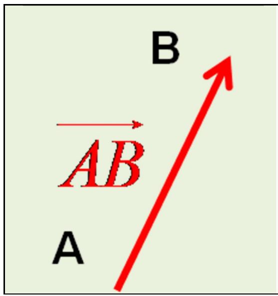
المتجهات في الفضاء

عناصر متجهة

A و B نقطتين مختلفتين من الفضاء.

- الإتجاه :أتجاه المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هو المستقيم (AB)
- المنحى : منحى المتجهة $\overrightarrow{AB}$ من A إلى B
- المنظم : منظم المتجهة $\overrightarrow{AB}$ هو طولها أي المسافة AB و نكتب $\left\|\overrightarrow{AB}\right\| = AB$



تساوي متجهتين

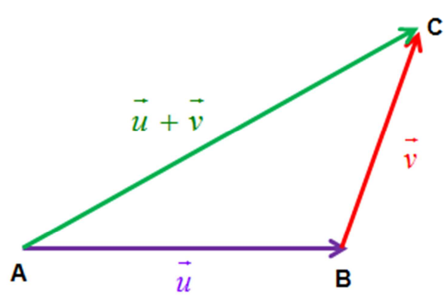
تكون متجهتان متساويتان إذا كان لهما نفس الإتجاه ، نفس المنحى و نفس المنظم

لكل متجهة $\vec{u}$ و لكل نقطة A من الفضاء توجد نقطة وحيدة M من الفضاء بحيث : $\overrightarrow{AM} = \vec{u}$

$ABCD$ متوازي الأضلاع $\Leftrightarrow$ $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{DC}$

علاقة شال

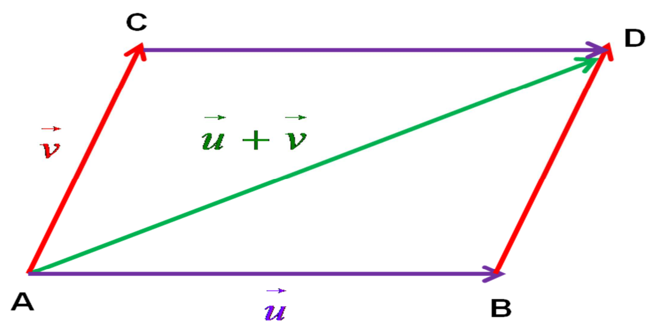
مهما كانت النقط A و B و C من الفضاء ، لدينا : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$



$$\boxed{\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}}$$

مجموع متجهتين

لتكن A و B و D و C أربع نقط من الفضاء
لدينا : $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}=\overrightarrow{AD}$



$\vec{u}=\overrightarrow{AB}$

$\vec{v}=\overrightarrow{AC}$

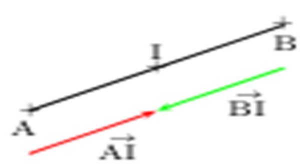
$\vec{u}+\vec{v}=\overrightarrow{AD}$

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ ثلاث متجهات من الفضاء ، لدينا :

- $\vec{u}+\vec{v}=\vec{v}+\vec{u}$
- $(\vec{u}+\vec{v})+\vec{w}=\vec{u}+(\vec{v}+\vec{w})$
- $\vec{u}+\vec{0}=\vec{0}+\vec{u}=\vec{u}$
- $\vec{u}+(-\vec{u})=(-\vec{u})+\vec{u}=\vec{0}$

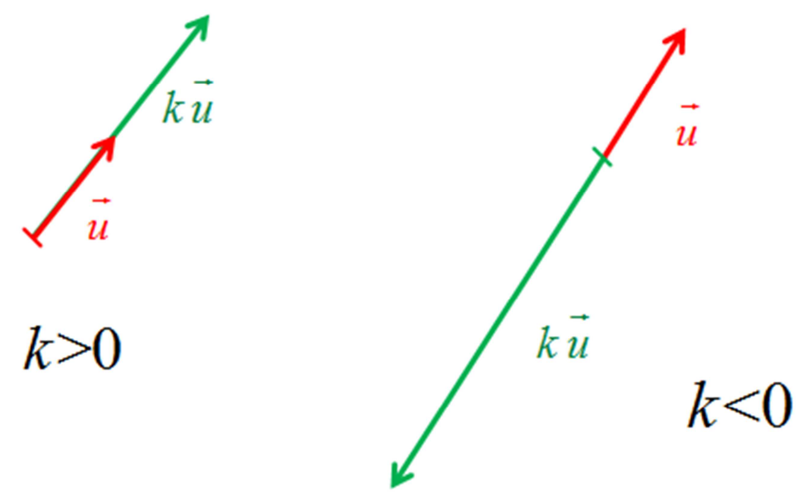
منتصف قطعة

I منتصف القطعة $[AB]$ إذا و فقط إذا كان $\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{IB}=\vec{0}$



ضرب عدد حقيقي في متجهة

<table>
<tr><td colspan="2">لتكن $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة و ليكن $k \in \mathbb{R}^*$
جداء العدد الحقيقي k في المتجهة $\vec{u}$ عي المتجهة $k\,\vec{u}$
المعرفة بما يلي :</td></tr>
<tr><td>$k > 0$
• $\vec{u}$ و $k\,\vec{u}$ لهما نفس الإتجاه
• $\vec{u}$ و $k\,\vec{u}$ لهما نفس المنحى
• $\|k\,\vec{u}\| = k\,\|\vec{u}\|$</td><td>$k < 0$
• $\vec{u}$ و $k\,\vec{u}$ لهما نفس الإتجاه
• $\vec{u}$ و $k\,\vec{u}$ لهما منحيان متعاكسان
• $\|k\,\vec{u}\| = (-k)\|\vec{u}\|$</td></tr>
</table>



لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين من الفضاء و ليكن α و β عددين حقيقيين ، لدينا :

- $\alpha.(\vec{u}+\vec{v}) = \alpha\vec{u} + \alpha\vec{v}$
- $(\alpha+\beta)\vec{u} = \alpha\vec{u} + \beta\vec{u}$
- $(\alpha\times\beta)\vec{u} = \alpha.(\beta\vec{u})$
- $1\vec{u} = \vec{u}$

$\vec{u}$ و $\vec{v}$ مستقيميتان إذا وفقط إذا وجد عدد حقيقي k بحيث : $\vec{v} = k\,\vec{u}$

المستقيم في الفضاء

لتكن A نقطة من الفضاء و $\vec{u}$ متجهة غير منعدمة
مجموعة النقط M من الفضاء حيث $\overrightarrow{AM} = t\vec{u}$ $(t \in \mathbb{R})$ هي المستقيم المار من A و الموجه بالمتجهة $\vec{u}$ و نرمز له ب : $D(A,\vec{u})$

الإستوائية

ليكن (P) مستوى من الفضاء و لتكن A و B و C ثلاث نقط غير مستقيمية من المستوى (P).
نقول أن (P) هو المستوى المار من A و الموجه بالمتجهتين $\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AC}$

المستوى المار من A و الموجه بالمتجهتين $\vec{u}$ و $\vec{v}$ نرمز له بالرمز $(P) = P(A,\vec{u},\vec{v})$

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ ثلاث متجهات من الفضاء .
نقول أن المتجهات $\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ مستوائية إذا وفقط إذا وجدت أربعع نقط A و B و C و D من الفضاء بحيث :
$\vec{u} = \overrightarrow{AB}$ و $\vec{v} = \overrightarrow{AC}$ و $\vec{w} = \overrightarrow{AD}$

لتكن $\vec{u}$ و $\vec{v}$ متجهتين غير مستقيميتين و لتكن $\vec{w}$ متجهة من الفضاء .
$\vec{u}$ و $\vec{v}$ و $\vec{w}$ مستوائية $\Leftrightarrow$ $\left(\exists(x,y)\in\mathbb{R}^2\right): \quad \vec{w} = x\vec{u} + y\vec{v}$

لتكن A و B و C و D أربع نقط من الفضاء
إذا وجد عددين حقيقيين α و β بحيث : $\overrightarrow{AD} = \alpha\overrightarrow{AB} + \beta\overrightarrow{AC}$ فإن النقط A و B و C و D مستوائية