

## تمرين رقم 1

أعط نفي كل من العبارات التالية :

(1)  $(\forall x \in \mathbb{R}) : 2x \geq \frac{1}{2}x$

(2)  $(\exists x \in \mathbb{R}) : x^2 \leq 2x$

(3)  $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : x - 2y + 3 = 0$

(4)  $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : x - 2y + 3 = 0$

(5)  $(\exists x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : x^2 - y^2 - 4 \geq 0$

(6)  $(\forall x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : x^2 - 3xy + y^2 > 0$

## تمرين رقم 2

حدد قيمة حقيقة كل من العبارات التالية :

(1)  $(\forall x \in \mathbb{R}^+) : x \geq \sqrt{x}$

(2)  $(\forall x \in \mathbb{R}) : x^2 + \frac{2}{x^2} > 3$

(3)  $(\exists x \in \mathbb{R}) : x \leq 2x$

(4)  $(\exists x \in \mathbb{R}) : \frac{2x}{1+x^2} > 1$

(5)  $(\forall a \in \mathbb{Z})(\forall b \in \mathbb{Z}) : a \leq b \Rightarrow a^2 \leq b^2$

(6)  $(\forall x \in \mathbb{R})(\exists y \in \mathbb{R}) : 2x + y - 5 = 0$

(7)  $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : 2x + y - 5 = 0$

(8)  $(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}^*) : a > b \Rightarrow \frac{a}{b} > 1$

(9)  $(\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : 2xy - x - y + \frac{1}{2} = 0$

## تمرين رقم 3

1) نعتبر العبارة :

$(\forall x \in \mathbb{R}^+)(\forall y \in \mathbb{R}^+) : x^2 + 4x = y^2 + 4y \Rightarrow x = y$

حدد نفي العبارة ثم بين أنها صحيحة

2) نعتبر العبارة :

$(\forall a \in \mathbb{R})(\forall b \in \mathbb{R}) : a \neq b \Rightarrow \frac{a-2}{a+1} \neq \frac{b-2}{b+1}$

حدد الاستلزام المضاد للعكس ثم قيمة حقيقة العبارة

2) نعتبر العبارة :

$(\forall a \in \mathbb{Z})(\forall b \in \mathbb{Z}) : |1+ab| = |a+b| \Rightarrow |a|=1 \text{ أو } |b|=1$

حدد نفي العبارة ثم بين أنها صحيحة

## تمرين رقم 4

1) ليكن  $a$  و  $b$  من  $\mathbb{R}^+$  و بحيث  $a+b=0$  بين بالخلف أن  $a=0$  و  $b=0$ 

2) تطبيق : حل في المعادلتين

$$\sqrt{2x-1} + \sqrt{y+2} = 0$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + 5 = 0$$

2) ليكن  $a$  و  $b$  و  $c$  أعداد حقيقية موجبة و بحيث  $\geq c$   $ab$ بين أن  $a < \sqrt{c}$  أو  $b < \sqrt{c}$  (بالخلف)3) ليكن  $x$  و  $y$  و  $z$  أعداد حقيقيةبين أن  $x^2 + xy + y^2 \geq 0$  ( برهان بفصل الحالات )4) بين أن  $x \leq |x|$  :  $(\forall x \in \mathbb{R})$  . بفصل الحالات5) ليكن  $x$  و  $y$  عددين حقيقيين و  $c$  موجب قطعاً و بحيث

$$|x+y| \leq 2c \text{ و } |x-y| \leq 2c \text{ بين أن } |xy| \leq 2c^2$$

## تمرين رقم 5

بين بالترجع ما يلي :

(1)  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(2)  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) (1 \times 2) + (2 \times 3) + \dots + n(n+1) = \frac{n(n+1)(n+2)}{3}$

(3)  $(\forall n \in \mathbb{N}) 3^n \geq 1 + 2n$

(4)  $(\forall n \in \mathbb{N}) (1+a)^n \geq 1+na$  حيث  $a$  موجب قطعاً

(5)  $(\forall n \in \mathbb{N}^*) 1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

$$a \neq 1 \text{ و } (\forall n \in \mathbb{N}^*) 1+a+a^2+\dots+a^n = \frac{a^{n+1}-1}{a-1}$$

(7)  $(\forall n \in \mathbb{N}) 2^{n+1} \geq n(n+1)$

(8)  $3^{2n+1} + 2^2$  يقبل القسمة على 7 لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

(9)  $3 \times 5^{2n+1} + 2^{3n+1}$  يقبل القسمة على 17 لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

(10) 9 يقسم  $4^n + 6n - 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$

في المانة