الأولى علوم رياضية	فرض رقم 4	

التمرين الأول : (متتالية عددية)

ليكن a من $]0,+\infty[$ و نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ بحيث : $U_0=\frac{a}{2}$ و $U_{n+1}=\frac{a^2}{2a-U_n}$

1) أ-- تحقق أن $U_{n+1}-a=\frac{a(U_n-a)}{a+(a-U_n)}$ $\quad(\forall n\in\mathbb{N})$

ب-- بين بالترجع أن $U_n<a$ $\quad(\forall n\in\mathbb{N})$

2) بين أن المتتالية $(U_n)_n$ تزايدية

3) نضع $V_n=\frac{a}{a-U_n}$ لكل عدد طبيعي n

أ-- بين أن $(V_n)_n$ متتالية حسابية محددا أساسها ثم أحسب U_n بدلالة n

ب-- حدد بدلالة n الجمع $S_n=\sum_{k=0}^{k=n}\frac{1}{a-U_k}$

التمرين الثاني (دراسة دالة عددية)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة ب : $f(x)=x\left(\frac{x-2}{x-1}\right)^2$

1) أ-- حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f

ب-- أحسب نهايات الدالة f عند محدات D_f

2) أ-- حدد العددين a ; b بحيث : $f(x)=ax+b-\frac{x-2}{(x-1)^2}$

ب-- استنتج أن المستقيم $y=x-2$ (Δ) مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ و $-\infty$

ج-- أدرس الوضع النسبي ل (C_f) و المقارب المائل

3) أ-- بين $f'(x)=\frac{(x-2)(x^2-x+2)}{(x-1)^3}$ $\quad(\forall x\in D_f)$

ب-- أنجز جدول تغيرات الدالة f

ج-- أعط معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) في النقطة 3

4) أ-- بين أن $f''(x)=\frac{2(4-x)}{(x-1)^4}$ $\quad(\forall x\in D_f)$

(لاحظ أن $(\forall x\in D_f)\ f(x)=x-2-\frac{1}{x-1}+\frac{1}{(x-1)^2}$)

ب-- بين أن (C_f) يقبل نقطة انعطاف محددا إحداثياتها

5) أ-- أنشئ المنحنى (C_f)

ب-- حدد مبيانيا و حسب قيم البارامتر m عدد حلول المعادلة : $f(x)=x+m$