فرض محروس رقم 3

التمرين الأول (3 نقط)

ليكن p عدد من $\mathbb{Z}$. نعتبر العددين $a=43p-13$ ، $b=17p-5$ و نضع $d=a\wedge b$

1) أ- بين أن $a\wedge b=(p-1)\wedge 6$ (1 ن)

ب- استنتج القيم الممكنة للعدد d (0,5 ن)

2) أ- حدد p كي يكون $a\wedge b=6$ (0,5 ن)

ب- حدد قيم p و التي يكون من أجلها $a\wedge b=3$ (1 ن)

التمرين الثاني (3 نقط)

1) أ- أحسب 2^4 ثم استنتج أن $2^8\equiv 1\ [17]$ (0,75 ن)

ب- تحقق أن $3^2\equiv -8\ [17]$ ثم استنتج أن $3^{16}\equiv 1\ [17]$ (0,75 ن)

2) حدد باقي القسمة الاقليدية العدد $2010^{1431}+1431^{2010}$ على العدد 17 (1,5 ن)

التمرين الثالث (2 نقط)

1) حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية x ; y و التي تحقق : $x\wedge y=5$ و $x^2+y^2=325$ (1 ن)

2) بين أنه إذا كان $a\wedge b=1$ فإن $(ab)\wedge(a^2+b^2)=1$ (1 ن)

التمرين الرابع (9 نقط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{x+1}{\sqrt{x^2+1}}-1$

1) أ- ما هي مجموعة تعريف الدالة f و أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ (1,5 ن)

ب- أعط تأويلا هندسيا للنتيجتين (0,5 ن)

2) أ- بين أن f قابلة للاشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن $(\forall x\in\mathbb{R})\ f'(x)=\dfrac{1-x}{\sqrt{(x^2+1)^3}}$ (0,5 ن + 0,5 ن)

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f (0,5 ن)

3) أ- أعط معادلة المماس (T) للمنحنى (C_f) عند النقطة ذات الأفصول $x_0=0$ (0,5 ن)

ب- تحقق أن $(\forall x\in\mathbb{R})\ f(x)-x=\dfrac{-x^2(x+1)}{\sqrt{x^2+1}\left(1+\sqrt{x^2+1}\right)}$ (0,5 ن)

ثم أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم $y=x$ (0,5 ن)

4) أرسم المنحنى (C_f) و المستقيم $y=x$ (1 ن)

5) لتكن $(U_n)_n$ المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $U_0=-\dfrac{3}{4}$ و $U_{n+1}=f(U_n)$

أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ -1<U_n<0$ (0,5 ن)

ب- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$ (0,5 ن)

ج- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ |U_{n+1}+1|\le\dfrac{4}{5}|U_n+1|$ (1 ن)

د- استنتج أن $(\forall n\in\mathbb{N})\ |U_n+1|\le\dfrac{1}{4}\left(\dfrac{4}{5}\right)^n$ (1 ن)