الأولى علوم رياضية	فرض رقم 3	13- 2014

التمرين الأول :

أسئلة مستقلة :

1) حدد الأعدا الطبيعية n بحيث $n+2/2n-4$

2) بين أن $(3n+5)\wedge\left(6n^{2}+16n+9\right)=1$

3) حدد العددين a و b علما أن :

$2(a\vee b)-3(a\wedge b)=9$ و $a\leq b$

4) حدد باقي قسمة 2014 على العدد 13

و استنتج أن $13/2014^{2014}-1$

التمرين الثاني :

p عدد طبيعي أولي أكبر أو يساوي 5

1) بين أن: $p^{2}\equiv1\,[3]$

2) باستعمال زوجية العدد p بين أن : $p^{2}\equiv1\,[8]$

3) ليكن a و b عددين طبيعيين بحيث $3a=8b$

أ- بين أن $3/b$ و استنتج أن $8/a$

ب- استنتج أن $p^{2}\equiv1\,[24]$

التمرين الثالث :

الجزء الأول :

لتكن f الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x)=x-2+2\sqrt{3-x}$ و (C) منحنى f في معلم متعامد $(O,\vec{i},\vec{j})$

1) أ- حدد مجموعة تعريف الدالة f و بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$

ب- تحقق أن $\dfrac{f(x)}{x}=1-\dfrac{2}{x}-2\sqrt{\dfrac{3}{x^{2}}-\dfrac{1}{x}}$ $(\forall x\in\,]-\infty,0[)$ و أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) عند $-\infty$

2) أ- بين أن $\dfrac{f(x)-f(3)}{x-3}=1-\dfrac{2}{\sqrt{3-x}}$ $(\forall x<3)$

ب- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على يسار $a=3$ و أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3) أ- بين أن $f'(x)=\dfrac{2-x}{\sqrt{3-x}\left(1+\sqrt{3-x}\right)}$ $(\forall x<3)$

ب- أدرس تغيرات الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها

4) أ- بين أن $f(x)-x=\dfrac{2(2-x)}{1+\sqrt{3-x}}$ $(\forall x<3)$

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم $y=x$ (Δ)

5) أسم المنحنى (C) (المنحنى (C) يقطع محور الأفاصيل في نقطة أفصولها $\alpha\simeq-2,8$)

الجزء الثاني :

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0=1$ و $U_{n+1}=f(U_n)$

1) أ- بين أن $0<U_n<2$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

ب- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$ و استنتج أن $1\leq U_n<2$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

2) أ- تحقق أن $U_{n+1}-2=(U_n-2)\left(1-\dfrac{2}{1+\sqrt{3-U_n}}\right)$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

ب- بين أن $|U_{n+1}-2|\leq\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}|U_n-2|$ $(\forall n\in\mathbb{N})$

ج- بين بالترجع أن : $|U_n-2|\leq\left(\dfrac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}\right)^{n}$ $(\forall n\in\mathbb{N})$