الأولى علوم رياضية | فرض 3 دورة 2

## التمرين الأول :

1) ليكن $n$ عدد طبيعي بحيث $n \geq 2$ . بين ما يلي :

$(1) \quad (6n+1)\wedge(3n-1)=1$ $\qquad (2) \quad (4n^3-3n)\wedge(n-1)=1$

2) حدد الأعداد الطبيعية $n$ بحيث يكون : $2n+1 \mid 8n+34$

3) حل في المجموعة $\mathbb{N}^2$ المعادلة : $(a\vee b)-(a\wedge b)=7$

## التمرين الثاني :

ليكن $p$ عدد نسبي . نعتبر العددين $x=18p+23$ و $y=5p+7$

1) بين أن $(18p+23)\wedge(5p+7)=(p-3)\wedge 11$

2) استنتج القيم الممكنة للعدد $d=x\wedge y$

3) حدد الأعداد النسبية $x$ , $y$ و التي يكون من أجلها : $x\wedge y=11$

## التمرين الثالث :

1) أحسب $2^4$ و استنتج أن $2^8 \equiv 1 \ [17]$

2) حدد باقي قسمة العدد $2015^{2016}$ على العدد $17$

3) استنتج أن $17$ يقسم العدد $N=2015^2+2015^3+........+2015^{2015}+2016$

## التمرين الرابع :

### الجزء الأول

نعتبر الدالة $g$ المعرفة على $[0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x^3-3x-3$

1) أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$

2) أدرس تغيرات الدالة $g$ ثم ضع جدول التغيرات

3) أ- بين مبيانيا أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا $\alpha$

ب- استنتج إشارة $g(x)$ على $[0,+\infty[$

### الجزء الثاني

لتكن $f$ الدالة العددية المعرفة بما يلي : $f(x)=\dfrac{2x\sqrt{x}+3}{x-1}$

و ليكن $(C)$ منحنى الدالة $f$ في معلم متعامد ممنظم

1) أ- حدد مجموعة تعريف الدالة $f$ و أحسب $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x>1}} f(x)$ و $\lim\limits_{\substack{x\to1\\x<1}} f(x)$

ماذا تستنتج ؟

ب- أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ج- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى $(C)$ عند $+\infty$

2) أدرس قابلية اشتقاق الدالة $f$ على يمين النقطة $a=0$

ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

3) أ- بين أن $f'(x)=\dfrac{g(\sqrt{x})}{(x-1)^2}$ $\quad (\forall x\in \mathbb{R}^{+*}-\{1\})$

ب- بين أن $f$ تزايدية على $]\alpha^2,+\infty[$ و أن $f$ تناقصية على كل من $]0,1[$ و $]1,\alpha^2[$

ج- بين أن $f(\alpha^2)=3\alpha$ و ضع جدول تغيرات الدالة $f$

4) أرسم المنحنى $(C)$ مبرزا المماس في النقطة ذات الأفصول $a=0$

( نأخذ $\alpha^2 \simeq 4,4$ و $f(\alpha^2)\simeq 6,3$ )