أولى علوم رياضية	فرض رقم 2	

التمرين الأول

نعتبر المتتالية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $\begin{cases} U_0 = \dfrac{3}{2} \\ U_{n+1} = 3 - \dfrac{2}{U_n} \end{cases}$

1) أحسب U_1 و بين أن $1 < U_n < 2 \quad (\forall n \in \mathbb{N})$

2) أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3) نضع $V_n = \dfrac{U_n - 1}{U_n - 2}$ لكل عدد طبيعي n . بين أن $(V_n)_n$ متتالية هندسية محددا أساسها

4) أحسب V_n ثم U_n بدلالة n

التمرين الثاني

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $\begin{cases} f(x) = \dfrac{x}{x^2+4} & ; \quad x \le 0 \\ f(x) = \dfrac{x}{4} + 1 + \dfrac{1}{\sqrt{x}-1} & ; \quad x > 0 \end{cases}$

1) أحسب النهاية $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$ ماذا تستنتج ؟

2) أ) بين ان $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ و أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C) عند $+\infty$

ب) أحسب النهايتين : $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x > 1}} f(x)$ ، $\lim\limits_{\substack{x \to 1 \\ x < 1}} f(x)$ أول النتيجة هندسيا

3) أ) بين ان f قابلة للاشتقاق على يسار النقطة 0 محددا العدد المشتق $f'_g(0)$

ب) بين أن $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ x > 0}} \dfrac{f(x)}{x} = -\infty$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

4) أ) بين أن $\begin{cases} f'(x) = \dfrac{4 - x^2}{(x^2+4)^2} & ; \quad x < 0 \\ f'(x) = \dfrac{(x+1)(\sqrt{x}-2)}{4\sqrt{x}(\sqrt{x}-1)^2} & ; \quad x \in \mathbb{R}^{+*} - \{1\} \end{cases}$

ب) أدرس تغيرات الدالة f و ضع جدول تغيراتها

5) أ) بين ان $f''(x) = \dfrac{2x(x^2-12)}{(x^2+4)^3} \quad (\forall x < 0)$ و أدرس تقعر المنحنى (C) على المجال $]-\infty, 0[$

6) أرسم المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف في المجال $]0,1[$)

سؤال إضافي :

لتكن $(U_n)_n$ متتالية عددية معرفة بما يلي : $U_0 = 1$. $(n+1)^3 U_{n+1} - n^3 U_n = \dfrac{1}{2^{n+1}}$

احسب الحد العام U_n بدلالة n