

التمرين الأول: (11.5 نقط)

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على \mathbb{R} بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x + \sqrt{x^2 - 4} & ; x \in]-\infty; -2] \cup]2; +\infty[\\ f(x) = x + \sqrt{4 - x^2} & ; x \in]-2; 2[\end{cases}$$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

- (1) 1 أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x)$ ثم أول النتيجة المحصل عليها .
- 1.5 ب- بين أن المنحنى (C) يقبل بجوار $+\infty$ مقاربا مائلا (Δ) يجب تحديده .
- (2) 1 أ- أدرس الوضع النسبي (C) مع مقاربه المائل (Δ) بجوار $+\infty$.
- 1 ب- حدد نقطة تقاطع المنحنى (C) مع محور الأفاصيل .
- (3) 2 أدرس قابلية اشتقاق f في كل من 2 و -2 ثم أعط التاويل الهندسي لكل نتيجة.
- (4) 1.5 أ- أحسب $f'(x)$ لكل x من $] -2; 2[$ ثم ضع جدول تغيرات f على $] -2; 2[$.
- 1.5 ب- حدد تغيرات الدالة f على كل من المجالين $]2; +\infty[$ و $] -\infty; -2[$.
- 0.5 ج- استنتج جدول تغيرات f على \mathbb{R} .
- (5) 1.5 أرسم المنحنى (C) .

التمرين الثاني: (8.5 نقط)

- (1) 0.5 أ- تحقق أنه لكل n من \mathbb{Z} : $4n^3 + 3n^2 + 6n - 14 = (n+1)(4n^2 - n + 7) - 21$
- 1.5 ب- استنتج أن: $(4n^3 + 3n^2 + 6n - 14) \wedge (n+1) = (n+1) \wedge 21$
- 1 ج- حدد جميع الأعداد الصحيحة النسبية n بحيث : $\frac{(n+1)}{4n^3 + 3n^2 + 6n - 14}$
- (2) 1.5 حدد الأعداد الصحيحة الطبيعية a و b بحيث : $a \wedge b = 6$ و $ab = 432$ و $a < b$
- (3) 1.5 حل في المجموعة $\mathbb{Z}/17\mathbb{Z}$ المعادلة : $x^2 + 19x - 3 = 0$
- (4) 1.5 ليكن n من \mathbb{N} . بين أن : $16 \times 7^{2n} - 28 \times 3^{2n+3} \equiv 0 [5]$
- (5) 1 أثبت أن: $\forall (n, m) \in \mathbb{N}^2 : n \wedge m = 1 \Leftrightarrow (n+m) \wedge (nm) = 1$