تم تحميل هذا الملف من موقع Talamidi.com

الأولى علوم رياضية	فرض 2	2015-14

التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي : $f(x)=x+2-\sqrt{x^2-2x+4}$

1) أ- حدد D مجموعة تعريف الدالة f

ب- أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و أعط تاويلا هندسيا للنتيجة

2) أ- أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

ب- أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى (C_f) عند $-\infty$

3) أ- بين أن $(\forall x\in\mathbb{R})\quad f'(x)=1-\dfrac{x-1}{\sqrt{x^2-2x+4}}$

ب- بين أن الدالة f تزايدية قطعا على $\mathbb{R}$ و أنجز جدول تغيرات الدالة f

4) أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم $(\Delta)\quad y=x$

5) أرسم المنحنى (C_f)

6) نعتبر المتتالية العددية $(U_n)_n$ المعرفة بما يلي : $U_0=1$ و $U_{n+1}=f(U_n)$

أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 0<U_n<2$

ب- أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$ و استنتج أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad 1\le U_n<2$

7) أ- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad |U_{n+1}-2|\le\frac{4}{5}|U_n-2|$ (نأخذ $\sqrt{3}>1,5$)

ب- بين بالترجع أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad |U_n-2|\le\left(\frac{4}{5}\right)^n$

ج- نضع $S_n=\dfrac{1}{n}\sum\limits_{k=0}^{k=n-1}U_k$ لكل عدد طبيعي غير منعدم n .

بين أن $(\forall n\ge 1)\quad 2-\dfrac{5}{n}+\dfrac{4^n}{n\times 5^{n-1}}\le S_n\le 2$

التمرين الثاني

لتكن $(T_n)_{n\ge0}$ متتالية معرفة بما يلي : $T_n=\sum\limits_{k=0}^{k=n}\dfrac{(-1)^k}{2k+1}$

نضع $U_n=T_{2n}$ و $V_n=T_{2n+1}$

1) أ- أحسب U_0 و V_0

ب- بين أن $(\forall n\in\mathbb{N})\quad V_n<U_n$

2) بين أن المتتالية $(V_n)_n$ تزايدية و أدرس رتابة المتتالية $(U_n)_n$

3) استنتج ان المتتالية $(T_n)_{n>0}$ محدودة

التمرين الثالث

لتكن h دالة معرفة من $]0,+\infty[$ نحو $\mathbb{R}$ و التي تحقق :

$(\forall x\in\mathbb{R}^{+*})(\forall y\in\mathbb{R}^{+*})\quad h(xy)=h(x)+h(y)$

1) حدد $h(1)$

2) نفترض أن h قابلة للاشتقاق في النقطة 1 و أن $h'(1)=1$.

بين أن h قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ وحدد دالتها المشتقة $h'(x)$

التمرين الرابع

لتكن a ، b و c أعداد حقيقية موجبة بين أن $a^3+b^3+c^3\ge 3abc$